

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Комсомольский-на-Амуре государственный университет»

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ¹
по дисциплине

«Математический анализ»

Направление подготовки	01.03.04 – «Прикладная математика»
Направленность (профиль) образовательной программы	Математическое и компьютерное моделирование

Обеспечивающее подразделение
Кафедра «Прикладная математика»

Разработчик ФОС:

доцент кафедры ПМ, к.ф-м.н.

(должность, степень, ученое звание)

(подпись)

О.В. Козлова

(ФИО)

Оценочные материалы по дисциплине рассмотрены и одобрены на заседании кафедры,
протокол № _____ от «___» _____ 2022 г.

Заведующий кафедрой _____ А.Л. Григорьева

¹ В данном документе представлены типовые оценочные средства. Полный комплект оценочных средств, включающий все варианты заданий (тестов, контрольных работ и др.), предлагаемых обучающемуся, хранится на кафедре в бумажном и электронном виде.

1 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами образовательной программы

Таблица 1 – Компетенции и индикаторы их достижения

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения	Планируемые результаты обучения по дисциплине
Универсальные		
Общепрофессиональные		
ОПК-1 Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике	ОПК-1.1 Знает основные естественно-научные составляющие задач профессиональной деятельности, а также математические и физические теоремы, законы, алгоритмы решения задач; ОПК-1.2 Умеет использовать методы решения задач, математические, физические законы для решения задач прикладного характера; ОПК-1.3 Владеет навыками использования основных математических, физических законов, теорем, алгоритмов решения в задачах профессиональной деятельности;	<i>Знать:</i> основные понятия математического анализа, а также математические теоремы, физические законы, алгоритмы решения задач математического анализа; <i>Уметь:</i> использовать методы решения задач математического анализа, математические и физические законы для решения задач прикладного характера; <i>Владеть:</i> навыками использования основных математических, физических законов, теорем, алгоритмов решения в задачах профессиональной деятельности;
Профессиональные		

Таблица 2 – Паспорт фонда оценочных средств

Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Формируемая компетенция	Наименование оценочного средства	Показатели оценки
Введение в математический анализ	ОПК-1	Контр. Экзамен	Знает основные понятия математического анализа. Умеет определять функцию, ее свойства, находить предел функции. Владеет навыками использования алгоритмов описания функции и ее свойств.
Дифференциальное исчисление функции одной переменной		РГР Экзамен	Знает основные понятия дифференциального исчисления функции одной переменной. Умеет вычислять производную/дифференциал

			функции любого порядка. Владеет алгоритмами исследования функции методами дифференциального исчисления.
Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных		Контр. Экзамен	Знает основные понятия дифференциального исчисления ФНП. Умеет вычислять производную/дифференциал ФНК. Демонстрирует практическое использование математических методов и аналитических алгоритмов для анализа задач.
Интегральное исчисление функции одной переменной		РГР Экзамен	Знает основные понятия интегрального исчисления. Умеет вычислять неопределенный, определенный и несобственный интеграл. Демонстрирует практическое использование математических методов и аналитических алгоритмов для анализа задач.
Ряды		Контр. Экзамен	Знает основные понятия рядов и теоремы сходимости рядов. Умеет вычислять сумму ряда, определять сходимость ряда.
Теория поля		РГР Экзамен	Знает основные понятия теории поля. Умеет вычислять поверхностные интегралы. Демонстрирует практическое использование математических методов и аналитических алгоритмов для анализа задач.

2 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, представлены в виде технологической карты дисциплины (таблица 3).

Таблица 3 – Технологическая карта

	Наименование оценочного средства	Сроки выполнения	Шкала оценивания	Критерии оценивания
--	----------------------------------	------------------	------------------	---------------------

	Наименование оценочного средства	Сроки выполнения	Шкала оценивания	Критерии оценивания
Промежуточная аттестация в форме «Экзамен» 1, 2, 3 - семестр				
1	«РГР»	12 неделя	3 - 10 баллов	9-10 баллов - Студент полностью и в срок выполнил задание, показал отличные умения и навыки в рамках усвоенного учебного материала, РГР оформлена аккуратно и в соответствии с предъявляемыми требованиями. 6-8 баллов - Студент полностью выполнил задание, показал хорошие умения навыки в рамках усвоенного учебного материала, но не смог обосновать оптимальность предложенного решения, допущены одна или две неточности, есть недостатки в оформлении. 3-5 баллов - Студент полностью выполнил задание, но допустил существенные неточности и грубые ошибки, не проявил умения правильно интерпретировать полученные результаты, качество оформления имеет недостаточный уровень.
2	«Контр»	6 неделя	5 - 25 баллов	20-25 баллов - Студент полностью и в срок выполнил задание контрольной работы, показал отличные умения и навыки в рамках усвоенного учебного материала, контрольная работа оформлена аккуратно и в соответствии с предъявляемыми требованиями. 19-15 баллов - Студент полностью выполнил задание контрольной работы, показал хорошие умения навыки в рамках усвоенного учебного материала, но не смог обосновать оптимальность предложенного решения, допущены одна или две неточности, есть недостатки в оформлении контрольной работы. 14-10 баллов - Студент полностью выполнил задание контрольной работы, но допустил существенные неточности и грубые ошибки, не проявил умения правильно интерпретировать полученные результаты, качество оформления контрольной работы имеет недостаточный уровень. 9-5 баллов - Студент не полностью выполнил задание контрольной работы, при этом проявил недостаточный уровень умений и навыков, а также не способен пояснить полученный результат
Текущий контроль:		-	0 - 35 баллов	-
3	«Экзамен»			11-15 баллов – Студент в полном объеме ответил на теоретические вопросы, правильно решил задачу. 6-10 баллов - Студент не в полном объеме ответил на теоретические вопросы, в решении задачи допустил незначительные ошибки. 1-5 баллов - Студент ответил не на все теоретические вопросы, в решении задачи допустил существенные ошибки.
Экзамен:		-	0 -15 баллов	-

	Наименование оценочного средства	Сроки выполнения	Шкала оценивания	Критерии оценивания
ИТОГО:		-	50 баллов	-
Критерии оценки результатов обучения по дисциплине: 0 – 34 % от максимально возможной суммы баллов – «неудовлетворительно» (недостаточный уровень для промежуточной аттестации по дисциплине); 35 – 54 % от максимально возможной суммы баллов – «удовлетворительно» (пороговый (минимальный) уровень); 55 – 84 % от максимально возможной суммы баллов – «хорошо» (средний уровень); 85 – 100 % от максимально возможной суммы баллов – «отлично» (высокий (максимальный) уровень)				

3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций в ходе освоения образовательной программы

3.1 Задания для текущего контроля успеваемости

Задания лабораторных работ (реализуется в форме практической подготовки).

1 семестр

Лабораторная работа № 1.

1. Найти предел функции в среде Mathcad.
2. Пользуясь понятием предела вычислить предел средствами Excel.
3. Найдите пределы последовательностей $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$. Изобразите графически сходящиеся последовательности и их пределы. Изобразите графически бесконечно большую последовательность.

Лабораторная работа № 2.

1. Найдите точки разрыва заданных функций и определите их тип в среде Mathcad.
2. Изобразите линии, заданные явно уравнением $y = f(x)$ и неявно уравнением $F(x, y) = 0$. Запишите уравнения касательной и нормали к каждой кривой в указанных точках и изобразите их на графике в среде Mathcad.

Лабораторная работа № 3

1. Вычислите производную функции по определению средствами Excel. Найдите значение производной в указанной точке.
2. Вычислите по определению односторонние производные функции $g(x) = |f(x)|$ в этой точке средствами Excel. Постройте графики обеих функций.

Лабораторная работа № 4.

Выполнить исследование функции методами дифференциального исчисления и построить график функции.

2 семестр

Лабораторная работа № 1.

1. Изобразите график функции $z = f(x, y)$, $a \leq x \leq b$, $c \leq y \leq d$ в среде Mathcad/Excel.
2. Построить кривую заданную параметрически в среде Mathcad/Excel.
3. Построить кривую, заданную в полярных координатах в среде Mathcad/Excel.

Лабораторная работа № 2.

1. Найдите частные производные и градиент функции $u = f(x, y, z)$ в среде Mathcad.
2. Вычислите в заданной точке градиент функции и производную по направлению из этой точки в начало координат в среде Mathcad.
3. Построить касательную плоскость и нормаль к поверхности в среде Mathcad.

Лабораторная работа № 3

1. Вычислите неопределенный и несобственный интеграл в среде Mathcad.
2. Вычислите площадь плоской фигуры средствами Excel.

Лабораторная работа № 4.

1. Вычисление длины дуги кривой в среде Mathcad.
2. Вычисление площади поверхности вращения в среде Mathcad.
3. Вычисление объема тела вращения в среде Mathcad.

3 семестр

Лабораторная работа № 1.

1. Исследуйте на сходимость ряды в среде Mathcad. Изобразите графики членов ряда и последовательности частичных сумм. Если ряд сходится, то вычислите сумму ряда.

Лабораторная работа № 2.

1. Исследуйте на сходимость знакопеременные ряды в среде Mathcad. Изобразите графики членов ряда и последовательности частичных сумм. Если ряд сходится, вычислите сумму ряда.
2. Разложить функцию в степенной ряд по формуле Тейлора в среде Mathcad.
3. Разложить в ряд Фурье в среде Mathcad.

Лабораторная работа № 3

1. Вычислить поверхностный интеграл первого рода по поверхности S , где S – часть плоскости (p) , отсеченная координатными плоскостями в среде Mathcad.
2. Вычислить поверхностный интеграл второго рода в среде Mathcad.

Лабораторная работа № 4.

1. Вычислить поток векторного поля в среде Mathcad.
2. Вычислить циркуляцию векторного поля в среде Mathcad.
3. Выяснить является ли векторное поле потенциальным, если поле потенциальное, то найти значение потенциала этого поля в среде Mathcad.

Задания практических работ

1 семестр

- Практическая работа № 1. Найти области определения функции. Построить график функции. Найти обратную функцию и построить ее график.
- Практическая работа № 2. Найти пределы функций.
- Практическая работа № 3. Найти пределы функций с помощью замечательных пределов.
- Практическая работа № 4. Исследовать на непрерывность функцию.
- Практическая работа № 5. Найти пределы функций, используя эквивалентные бесконечно-малые функции.
- Практическая работа № 6. Найти точки разрыва функций, указать характер точек разрыва и построить графики этих функций.
- Практическая работа № 7. Найти производную функции.
- Практическая работа № 8. Записать уравнение касательной и нормали к кривой в точке. Найти углы, под которыми пересекаются линии.
- Практическая работа № 9. Найти производную через логарифмическое дифференцирование.
- Практическая работа № 10. Найти производную высших порядков.
- Практическая работа № 11. Найти пределы функций, используя правило Лопиталю.
- Практическая работа № 12. Исследовать поведение функции и построить ее график.

2 семестр

- Практическая работа № 1. Найти области определения функции 2-х переменных и область значений функции. Вычислить предел функции 2-х переменных.
- Практическая работа № 2. Найти частные производные/дифференциалы функции 2-х переменных. Найти приближенное значение выражения.

- Практическая работа № 3. Найти частные производные 2-го порядка. Найти уравнение касательной плоскости и уравнение нормали к поверхности.
- Практическая работа № 4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции 2-х переменных в области D . Исследовать данные функции на экстремум.
- Практическая работа № 5. Вычислить производную по направлению. Найти градиент функции. Метод наименьших квадратов.
- Практическая работа № 6. Вычислить неопределенные интегралы.
- Практическая работа № 7. Вычислить интеграл функции, содержащий квадратный трехчлен.
- Практическая работа № 8. Вычислить интеграл, используя замену переменной.
- Практическая работа № 9. Вычислить интеграл, используя интегрирование по частям.
- Практическая работа № 10. Вычислить интеграл, содержащий рациональную функцию.
- Практическая работа № 11. Вычислить интеграл, содержащий иррациональную функцию.
- Практическая работа № 12. Вычислить интеграл, содержащий тригонометрические выражения.
- Практическая работа № 13. Вычислить определенный интеграл. Вычислить несобственный интеграл.
- Практическая работа № 14. Вычислить длину дуги кривой. Вычислить площадь поверхности вращения. Вычислить объем тела вращения.

3 семестр

- Практическая работа № 1. Исследовать на сходимость ряды. Найти сумму ряда. Оценить погрешность вычисления.
- Практическая работа № 2. Разложить функцию в степенной ряд по формуле Тейлора.
- Практическая работа № 3. Найти приближенное значение функции с помощью рядов. Вычислить интеграл с помощью рядов.
- Практическая работа № 4. Разложить в ряд Фурье.
- Практическая работа № 5. Вычислить двойной интеграл. Вычислить площадь плоской фигуры. Вычислить объем фигуры. Вычислить площадь поверхности.
- Практическая работа № 6. Решить физическую задачу с помощью двойного интеграла.
- Практическая работа № 7. Вычислить тройной интеграл. Вычислить объем тела.
- Практическая работа № 8. Решить физическую задачу с помощью тройного интеграла.
- Практическая работа № 9. Вычислить криволинейный интеграл 1-го рода.
- Практическая работа № 10. Вычислить криволинейный интеграл 2-го рода.
- Практическая работа № 11. Вычислить поверхностный интеграл.
- Практическая работа № 12. Вычислить производную вдоль кривой. Вычислить градиент.
- Практическая работа № 13. Вычислить дивергенцию векторного поля. Вычислить поток векторного поля.
- Практическая работа № 14. Вычислить циркуляцию векторного поля. Выяснить является ли векторное поле потенциальным, если поле потенциальное, то найти значение потенциала этого поля.

Контрольная работа (1 семестр)

1. Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.
2. Найти dx/dy заданных функций.
3. Найти: а) dy ; б) приближенное значение заданной величины с помощью дифференциала.
4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $[a, b]$.
5. Найти $f'''(x_0)$
6. Вычислить пределы, используя правило Лопиталя.

РГР (1-семестр)

Исследовать методами дифференциального исчисления функцию $y = f(x)$ и, используя результаты исследования, построить ее график.

Контрольная работа (2 семестр)

1. Проверить, удовлетворяет ли указанному уравнению данная функция $z = f(x, y)$.
2. Вычислить приближенно данные выражения, заменив приращения соответствующих функций их полными дифференциалами. Оценить в процентах возникающую при этом относительную погрешность вычислений.
3. Вычислить неопределенные интегралы.
4. Вычислить определенные интегралы с точностью до двух знаков после запятой.
5. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.
6. Вычислить площадь фигуры/ длину дуги/ объем тела/ площадь поверхности вращения.

РГР (2 -семестр)

1. Задана функция $z = f(x, y)$: 1) Исследовать данную функцию на экстремум. 2) Найти наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области D , ограниченной заданными линиями. Сделать чертеж.
2. Дана функция $z = f(x, y)$, точка $A(x_0, y_0)$ и вектор a . Найти: 1) $\text{grad } z$ в точке A . 2) Производную по направлению вектора a . 3) Записать уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $z = f(x, y)$ в точке $C(x_0, y_0, f(x_0, y_0))$.
3. Экспериментально получены пять значений искомой функции $y = f(x)$ при пяти значениях аргумента, которые представлены в таблице. Методом наименьших квадратов найти функцию $y = f(x)$ в виде $y = ax + b$.

Контрольная работа (3 семестр)

1. Исследовать ряды на сходимость.
2. Определить области сходимости рядов.
3. Разложить функцию в ряд Маклорена.
4. Вычислить с помощью рядов выражение с точностью.
5. Вычислить интеграл с помощью рядов.
6. Вычислить площадь фигуры/ длину дуги/ объем тела/ площадь поверхности вращения.

РГР (3 -семестр)

1. Вычислить поверхностный интеграл первого рода по поверхности S , где S – часть плоскости, отсеченная координатными плоскостями.
2. Вычислить поверхностный интеграл второго рода.
3. Даны функция $u(M) = u(x, y, z)$ и точки M_1, M_2 . Вычислить: 1) производную этой функции в точке M_1 по направлению вектора и градиент.
4. Вычислить поток векторного поля, двумя способами: 1) используя определение потока; 2) с помощью формулы Остроградского-Гаусса.
5. Вычислить циркуляцию векторного поля по контуру двумя способами: 1) используя определение циркуляции; 2) с помощью формулы Стокса.
6. Выяснить является ли векторное поле потенциальным, если поле потенциальное, то найти значение потенциала этого поля.

3.2 Задания для промежуточной аттестации

Экзамен (1 семестр)

Контрольные вопросы к экзамену

1. Пределы функции на бесконечности.
2. Предел функции в точке.
3. Бесконечно-малые функции и их свойства.
4. Бесконечно большие функции, их свойства и связь с бесконечно малыми функциями.
5. Основные теоремы о пределах.
6. Первый замечательный предел.
7. Второй замечательный предел.

8. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции.
9. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва.
10. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
11. Понятие производной, ее геометрический и механический смысл.
12. Производные некоторых элементарных функций.
13. Основные правила дифференцирования.
14. Производные обратных тригонометрических и гиперболических функций.
15. Дифференцирование функций, заданных неявно. Логарифмическое дифференцирование.
16. Функции, заданные параметрически, и их дифференцирование.
17. Дифференциал функции.
18. Производные и дифференциалы высших порядков.
19. Основные теоремы о дифференцируемых функциях.
20. Правило Лопиталя.
21. Формула Тейлора.
22. Возрастание и убывание функций.
23. Экстремумы функции.
24. Выпуклость, вогнутость графика функции, точки перегиба.
25. Асимптоты графика функции.

Типовые экзаменационные задачи

1. Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+4}-2}{\sqrt{x^2+16}-4}$.
2. Записать уравнение касательной к кривой $y = x^2 - 7x + 3$ в точке с абсциссой $x = 1$.
3. С помощью дифференциала приближенно вычислить: $\sqrt[5]{31}$.
4. Найти критические точки функции: $y = \frac{2+x}{(x+1)^2}$.
5. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = (x + 2)e^{1-x}$ на отрезке $[-2, 2]$.
6. Вычислить производную функции: $y = (\cos x + 5)^{\arcsin 3x}$.

Экзамен (2 семестр)

Контрольные вопросы к экзамену

1. Определение ФНП. Область определения. Предел. Непрерывность. Частные производные и их геометрический смысл.
2. Дифференцируемость и полный дифференциал ФНП. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.
3. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Производные сложных функций.
4. Дифференцирование неявной функции. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
5. Экстремум ФНП. Наибольшее и наименьшее значение ФНП.
6. Производная по направлению. Градиент скалярного поля (функции).
7. Метод наименьших квадратов.
8. Первообразная функции и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица неопределенных интегралов.
9. Интегрирование простейших дробей. Интегрирование дробно-рациональных функций.
10. Основные методы интегрирования (интегрирование по частям, заменой переменной).
11. Интегрирование иррациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций.
12. Определение определенного интеграла. Основные свойства. Формула Ньютона-Лейбница.
13. Условия существования определенного интеграла.
14. Ограниченность интегрируемых функций.
15. Суммы Дарбу, их свойства.

16. Необходимое и достаточное условия интегрируемости.
17. Геометрические приложения определенного интеграла (площадь плоской фигуры, длина дуги, объем тела вращения и площадь поверхности вращения).
18. Приближенное вычисление определенного интеграла.
19. Несобственные интегралы I и II рода.

Типовые экзаменационные задачи

1. Найти неопределенный интеграл: $\int (3x - \sqrt[7]{x^5} + 2 \sin x - 3) dx$.
2. Найти неопределенный интеграл: $\int \frac{dx}{x^2 + 4x + 20}$.
3. Найти неопределенный интеграл: $\int \frac{dx}{1 + \sqrt{x+3}}$.
4. Вычислить определенный интеграл: $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sqrt{\cos x - \cos^3 x} dx$.
5. Вычислить несобственный интеграл или установить их расходимость: $\int_e^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^3}$.
6. Найти частные производные функции: $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$.
7. Найти частный дифференциал функции: $z = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$.
8. Вычислить полный дифференциал функции: $z = x^3 + xy^2$.
9. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^3 + y^2 - 3x + 2y$.

Экзамен (3 семестр)

Контрольные вопросы к экзамену

1. Определение и свойства кратного интеграла.
2. Двойной интеграл, его геометрический смысл, свойства и вычисление.
3. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.
4. Тройной интеграл, его свойства и вычисление.
5. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.
6. Применение кратных интегралов.
7. Криволинейный интеграл первого рода. Определение, свойства, вычисление и применение.
8. Криволинейный интеграл второго рода. Определение, свойства, вычисление и применение.
9. Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования.
10. Длина кривых на поверхности. Площадь поверхности. Ориентация поверхности.
11. Поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода, их вычисление и применение.
12. Формулы Стокса и Остроградского-Гаусса.
13. Числовые ряды. Признаки сходимости числовых рядов.
14. Формулы и ряды Тейлора и Маклорена. Разложение функции в степенной ряд.
15. Степенные ряды в приближенных вычислениях.
16. Ряды Фурье.

Типовые экзаменационные задачи

1. Исследовать ряд на сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2+n}$.
2. Разложить в ряд Тейлора в окрестности указанной точки: $f(x) = \frac{1}{2x+5}, x_0 = 3$.
- 3...