

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Комсомольский-на-Амуре государственный университет»

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ<sup>1</sup>**  
**по дисциплине**

**«Математический анализ»**

Направление подготовки	01.03.04 – «Прикладная математика»
Направленность (профиль) образовательной программы	Математическое и компьютерное моделирование

Обеспечивающее подразделение
Кафедра «Прикладная математика»

Разработчик ФОС:

доцент кафедры ПМ, к.ф-м.н.

(должность, степень, ученое звание)

(подпись)

О.В. Козлова

(ФИО)

Оценочные материалы по дисциплине рассмотрены и одобрены на заседании кафедры,  
протокол № \_\_\_\_\_ от «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2022 г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ А.Л. Григорьева

<sup>1</sup> В данном документе представлены типовые оценочные средства. Полный комплект оценочных средств, включающий все варианты заданий (тестов, контрольных работ и др.), предлагаемых обучающемуся, хранится на кафедре в бумажном и электронном виде.

# 1 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами образовательной программы

Таблица 1 – Компетенции и индикаторы их достижения

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения	Планируемые результаты обучения по дисциплине
Универсальные		
Общепрофессиональные		
ОПК-1 Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике	ОПК-1.1 Знает основные естественно-научные составляющие задач профессиональной деятельности, а также математические и физические теоремы, законы, алгоритмы решения задач; ОПК-1.2 Умеет использовать методы решения задач, математические, физические законы для решения задач прикладного характера; ОПК-1.3 Владеет навыками использования основных математических, физических законов, теорем, алгоритмов решения в задачах профессиональной деятельности;	<i>Знать:</i> основные понятия математического анализа, а также математические теоремы, физические законы, алгоритмы решения задач математического анализа; <i>Уметь:</i> использовать методы решения задач математического анализа, математические и физические законы для решения задач прикладного характера; <i>Владеть:</i> навыками использования основных математических, физических законов, теорем, алгоритмов решения в задачах профессиональной деятельности;
Профессиональные		

Таблица 2 – Паспорт фонда оценочных средств

Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Формируемая компетенция	Наименование оценочного средства	Показатели оценки
Введение в математический анализ	ОПК-1	Контр. Экзамен	Знает основные понятия математического анализа. Умеет определять функцию, ее свойства, находить предел функции. Владеет навыками использования алгоритмов описания функции и ее свойств.
Дифференциальное исчисление функции одной переменной		РГР Экзамен	Знает основные понятия дифференциального исчисления функции одной переменной. Умеет вычислять производную/дифференциал

			функции любого порядка. Владеет алгоритмами исследования функции методами дифференциального исчисления.
Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных		Контр. Экзамен	Знает основные понятия дифференциального исчисления ФНП. Умеет вычислять производную/дифференциал ФНК. Демонстрирует практическое использование математических методов и аналитических алгоритмов для анализа задач.
Интегральное исчисление функции одной переменной		РГР Экзамен	Знает основные понятия интегрального исчисления. Умеет вычислять неопределенный, определенный и несобственный интеграл. Демонстрирует практическое использование математических методов и аналитических алгоритмов для анализа задач.
Ряды		Контр. Экзамен	Знает основные понятия рядов и теоремы сходимости рядов. Умеет вычислять сумму ряда, определять сходимость ряда.
Теория поля		РГР Экзамен	Знает основные понятия теории поля. Умеет вычислять поверхностные интегралы. Демонстрирует практическое использование математических методов и аналитических алгоритмов для анализа задач.

## 2 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, представлены в виде технологической карты дисциплины (таблица 3).

Таблица 3 – Технологическая карта

	Наименование оценочного средства	Сроки выполнения	Шкала оценивания	Критерии оценивания
--	----------------------------------	------------------	------------------	---------------------

	Наименование оценочного средства	Сроки выполнения	Шкала оценивания	Критерии оценивания
<b>Промежуточная аттестация в форме «Экзамен» 1, 2, 3 - семестр</b>				
1	«РГР»	12 неделя	3 - 10 баллов	9-10 баллов - Студент полностью и в срок выполнил задание, показал отличные умения и навыки в рамках усвоенного учебного материала, РГР оформлена аккуратно и в соответствии с предъявляемыми требованиями. 6-8 баллов - Студент полностью выполнил задание, показал хорошие умения навыки в рамках усвоенного учебного материала, но не смог обосновать оптимальность предложенного решения, допущены одна или две неточности, есть недостатки в оформлении. 3-5 баллов - Студент полностью выполнил задание, но допустил существенные неточности и грубые ошибки, не проявил умения правильно интерпретировать полученные результаты, качество оформления имеет недостаточный уровень.
2	«Контр»	6 неделя	5 - 25 баллов	20-25 баллов - Студент полностью и в срок выполнил задание контрольной работы, показал отличные умения и навыки в рамках усвоенного учебного материала, контрольная работа оформлена аккуратно и в соответствии с предъявляемыми требованиями. 19-15 баллов - Студент полностью выполнил задание контрольной работы, показал хорошие умения навыки в рамках усвоенного учебного материала, но не смог обосновать оптимальность предложенного решения, допущены одна или две неточности, есть недостатки в оформлении контрольной работы. 14-10 баллов - Студент полностью выполнил задание контрольной работы, но допустил существенные неточности и грубые ошибки, не проявил умения правильно интерпретировать полученные результаты, качество оформления контрольной работы имеет недостаточный уровень. 9-5 баллов - Студент не полностью выполнил задание контрольной работы, при этом проявил недостаточный уровень умений и навыков, а также не способен пояснить полученный результат
Текущий контроль:		-	0 - 35 баллов	-
3	«Экзамен»			11-15 баллов – Студент в полном объеме ответил на теоретические вопросы, правильно решил задачу. 6-10 баллов - Студент не в полном объеме ответил на теоретические вопросы, в решении задачи допустил незначительные ошибки. 1-5 баллов - Студент ответил не на все теоретические вопросы, в решении задачи допустил существенные ошибки.
Экзамен:		-	0 -15 баллов	-

	Наименование оценочного средства	Сроки выполнения	Шкала оценивания	Критерии оценивания
ИТОГО:		-	50 баллов	-
<b>Критерии оценки результатов обучения по дисциплине:</b> 0 – 34 % от максимально возможной суммы баллов – «неудовлетворительно» (недостаточный уровень для промежуточной аттестации по дисциплине); 35 – 54 % от максимально возможной суммы баллов – «удовлетворительно» (пороговый (минимальный) уровень); 55 – 84 % от максимально возможной суммы баллов – «хорошо» (средний уровень); 85 – 100 % от максимально возможной суммы баллов – «отлично» (высокий (максимальный) уровень)				

**3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций в ходе освоения образовательной программы**

**3.1 Задания для текущего контроля успеваемости**

Задания лабораторных работ (реализуется в форме практической подготовки).

**1 семестр**

**Лабораторная работа № 1.**

1. Найти предел функции в среде Mathcad.
2. Пользуясь понятием предела вычислить предел средствами Excel.
3. Найдите пределы последовательностей  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ ,  $\{c_n\}$ . Изобразите графически сходящиеся последовательности и их пределы. Изобразите графически бесконечно большую последовательность.

**Лабораторная работа № 2.**

1. Найдите точки разрыва заданных функций и определите их тип в среде Mathcad.
2. Изобразите линии, заданные явно уравнением  $y = f(x)$  и неявно уравнением  $F(x, y) = 0$ . Запишите уравнения касательной и нормали к каждой кривой в указанных точках и изобразите их на графике в среде Mathcad.

**Лабораторная работа № 3**

1. Вычислите производную функции по определению средствами Excel. Найдите значение производной в указанной точке.
2. Вычислите по определению односторонние производные функции  $g(x) = |f(x)|$  в этой точке средствами Excel. Постройте графики обеих функций.

**Лабораторная работа № 4.**

Выполнить исследование функции методами дифференциального исчисления и построить график функции.

**2 семестр**

**Лабораторная работа № 1.**

1. Изобразите график функции  $z = f(x, y)$ ,  $a \leq x \leq b$ ,  $c \leq y \leq d$  в среде Mathcad/Excel.
2. Построить кривую заданную параметрически в среде Mathcad/Excel.
3. Построить кривую, заданную в полярных координатах в среде Mathcad/Excel.

**Лабораторная работа № 2.**

1. Найдите частные производные и градиент функции  $u = f(x, y, z)$  в среде Mathcad.
2. Вычислите в заданной точке градиент функции и производную по направлению из этой точки в начало координат в среде Mathcad.
3. Построить касательную плоскость и нормаль к поверхности в среде Mathcad.

### **Лабораторная работа № 3**

1. Вычислите неопределенный и несобственный интеграл в среде Mathcad.
2. Вычислите площадь плоской фигуры средствами Excel.

### **Лабораторная работа № 4.**

1. Вычисление длины дуги кривой в среде Mathcad.
2. Вычисление площади поверхности вращения в среде Mathcad.
3. Вычисление объема тела вращения в среде Mathcad.

### **3 семестр**

#### **Лабораторная работа № 1.**

1. Исследуйте на сходимости ряды в среде Mathcad. Изобразите графики членов ряда и последовательности частичных сумм. Если ряд сходится, то вычислите сумму ряда.

#### **Лабораторная работа № 2.**

1. Исследуйте на сходимости знакопеременные ряды в среде Mathcad. Изобразите графики членов ряда и последовательности частичных сумм. Если ряд сходится, вычислите сумму ряда.
2. Разложить функцию в степенной ряд по формуле Тейлора в среде Mathcad.
3. Разложить в ряд Фурье в среде Mathcad.

#### **Лабораторная работа № 3**

1. Вычислить поверхностный интеграл первого рода по поверхности  $S$ , где  $S$  – часть плоскости  $(p)$ , отсеченная координатными плоскостями в среде Mathcad.
2. Вычислить поверхностный интеграл второго рода в среде Mathcad.

#### **Лабораторная работа № 4.**

1. Вычислить поток векторного поля в среде Mathcad.
2. Вычислить циркуляцию векторного поля в среде Mathcad.
3. Выяснить является ли векторное поле потенциальным, если поле потенциальное, то найти значение потенциала этого поля в среде Mathcad.

### **Задания практических работ**

#### **1 семестр**

- Практическая работа № 1. Найти области определения функции. Построить график функции. Найти обратную функцию и построить ее график.
- Практическая работа № 2. Найти пределы функций.
- Практическая работа № 3. Найти пределы функций с помощью замечательных пределов.
- Практическая работа № 4. Исследовать на непрерывность функцию.
- Практическая работа № 5. Найти пределы функций, используя эквивалентные бесконечно-малые функции.
- Практическая работа № 6. Найти точки разрыва функций, указать характер точек разрыва и построить графики этих функций.
- Практическая работа № 7. Найти производную функции.
- Практическая работа № 8. Записать уравнение касательной и нормали к кривой в точке. Найти углы, под которыми пересекаются линии.
- Практическая работа № 9. Найти производную через логарифмическое дифференцирование.
- Практическая работа № 10. Найти производную высших порядков.
- Практическая работа № 11. Найти пределы функций, используя правило Лопиталья.
- Практическая работа № 12. Исследовать поведение функции и построить ее график.

#### **2 семестр**

- Практическая работа № 1. Найти области определения функции 2-х переменных и область значений функции. Вычислить предел функции 2-х переменных.
- Практическая работа № 2. Найти частные производные/дифференциалы функции 2-х переменных. Найти приближенное значение выражения.

- Практическая работа № 3. Найти частные производные 2-го порядка. Найти уравнение касательной плоскости и уравнение нормали к поверхности.
- Практическая работа № 4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции 2-х переменных в области  $D$ . Исследовать данные функции на экстремум.
- Практическая работа № 5. Вычислить производную по направлению. Найти градиент функции. Метод наименьших квадратов.
- Практическая работа № 6. Вычислить неопределенные интегралы.
- Практическая работа № 7. Вычислить интеграл функции, содержащий квадратный трехчлен.
- Практическая работа № 8. Вычислить интеграл, используя замену переменной.
- Практическая работа № 9. Вычислить интеграл, используя интегрирование по частям.
- Практическая работа № 10. Вычислить интеграл, содержащий рациональную функцию.
- Практическая работа № 11. Вычислить интеграл, содержащий иррациональную функцию.
- Практическая работа № 12. Вычислить интеграл, содержащий тригонометрические выражения.
- Практическая работа № 13. Вычислить определенный интеграл. Вычислить несобственный интеграл.
- Практическая работа № 14. Вычислить длину дуги кривой. Вычислить площадь поверхности вращения. Вычислить объем тела вращения.

### 3 семестр

- Практическая работа № 1. Исследовать на сходимость ряды. Найти сумму ряда. Оценить погрешность вычисления.
- Практическая работа № 2. Разложить функцию в степенной ряд по формуле Тейлора.
- Практическая работа № 3. Найти приближенное значение функции с помощью рядов. Вычислить интеграл с помощью рядов.
- Практическая работа № 4. Разложить в ряд Фурье.
- Практическая работа № 5. Вычислить двойной интеграл. Вычислить площадь плоской фигуры. Вычислить объем фигуры. Вычислить площадь поверхности.
- Практическая работа № 6. Решить физическую задачу с помощью двойного интеграла.
- Практическая работа № 7. Вычислить тройной интеграл. Вычислить объем тела.
- Практическая работа № 8. Решить физическую задачу с помощью тройного интеграла.
- Практическая работа № 9. Вычислить криволинейный интеграл 1-го рода.
- Практическая работа № 10. Вычислить криволинейный интеграл 2-го рода.
- Практическая работа № 11. Вычислить поверхностный интеграл.
- Практическая работа № 12. Вычислить производную вдоль кривой. Вычислить градиент.
- Практическая работа № 13. Вычислить дивергенцию векторного поля. Вычислить поток векторного поля.
- Практическая работа № 14. Вычислить циркуляцию векторного поля. Выяснить является ли векторное поле потенциальным, если поле потенциальное, то найти значение потенциала этого поля.

### Контрольная работа (1 семестр)

1. Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.
2. Найти  $dx/dy$  заданных функций.
3. Найти: а)  $dy$  ; б) приближенное значение заданной величины с помощью дифференциала.
4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = f(x)$  на отрезке  $[a, b]$ .
5. Найти  $f'''(x_0)$
6. Вычислить пределы, используя правило Лопиталя.

### РГР (1-семестр)

Исследовать методами дифференциального исчисления функцию  $y = f(x)$  и, используя результаты исследования, построить ее график.

### Контрольная работа (2 семестр)

1. Проверить, удовлетворяет ли указанному уравнению данная функция  $z = f(x, y)$ .
2. Вычислить приближенно данные выражения, заменив приращения соответствующих функций их полными дифференциалами. Оценить в процентах возникающую при этом относительную погрешность вычислений.
3. Вычислить неопределенные интегралы.
4. Вычислить определенные интегралы с точностью до двух знаков после запятой.
5. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.
6. Вычислить площадь фигуры/ длину дуги/ объем тела/ площадь поверхности вращения.

#### РГР (2 -семестр)

1. Задана функция  $z = f(x, y)$ : 1) Исследовать данную функцию на экстремум. 2) Найти наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области  $D$ , ограниченной заданными линиями. Сделать чертеж.
2. Дана функция  $z = f(x, y)$ , точка  $A(x_0, y_0)$  и вектор  $a$ . Найти: 1)  $\text{grad } z$  в точке  $A$ . 2) Производную по направлению вектора  $a$ . 3) Записать уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности  $z = f(x, y)$  в точке  $C(x_0, y_0, f(x_0, y_0))$ .
3. Экспериментально получены пять значений искомой функции  $y = f(x)$  при пяти значениях аргумента, которые представлены в таблице. Методом наименьших квадратов найти функцию  $y = f(x)$  в виде  $y = ax + b$ .

### Контрольная работа (3 семестр)

1. Исследовать ряды на сходимость.
2. Определить области сходимости рядов.
3. Разложить функцию в ряд Маклорена.
4. Вычислить с помощью рядов выражение с точностью.
5. Вычислить интеграл с помощью рядов.
6. Вычислить площадь фигуры/ длину дуги/ объем тела/ площадь поверхности вращения.

#### РГР (3 -семестр)

1. Вычислить поверхностный интеграл первого рода по поверхности  $S$ , где  $S$  – часть плоскости, отсеченная координатными плоскостями.
2. Вычислить поверхностный интеграл второго рода.
3. Даны функция  $u(M) = u(x, y, z)$  и точки  $M_1, M_2$ . Вычислить: 1) производную этой функции в точке  $M_1$  по направлению вектора и градиент.
4. Вычислить поток векторного поля, двумя способами: 1) используя определение потока; 2) с помощью формулы Остроградского-Гаусса.
5. Вычислить циркуляцию векторного поля по контуру двумя способами: 1) используя определение циркуляции; 2) с помощью формулы Стокса.
6. Выяснить является ли векторное поле потенциальным, если поле потенциальное, то найти значение потенциала этого поля.

## 3.2 Задания для промежуточной аттестации

### Экзамен (1 семестр)

#### Контрольные вопросы к экзамену

1. Пределы функции на бесконечности.
2. Предел функции в точке.
3. Бесконечно-малые функции и их свойства.
4. Бесконечно большие функции, их свойства и связь с бесконечно малыми функциями.
5. Основные теоремы о пределах.
6. Первый замечательный предел.
7. Второй замечательный предел.

8. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции.
9. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва.
10. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
11. Понятие производной, ее геометрический и механический смысл.
12. Производные некоторых элементарных функций.
13. Основные правила дифференцирования.
14. Производные обратных тригонометрических и гиперболических функций.
15. Дифференцирование функций, заданных неявно. Логарифмическое дифференцирование.
16. Функции, заданные параметрически, и их дифференцирование.
17. Дифференциал функции.
18. Производные и дифференциалы высших порядков.
19. Основные теоремы о дифференцируемых функциях.
20. Правило Лопиталя.
21. Формула Тейлора.
22. Возрастание и убывание функций.
23. Экстремумы функции.
24. Выпуклость, вогнутость графика функции, точки перегиба.
25. Асимптоты графика функции.

#### Типовые экзаменационные задачи

1. Вычислить предел:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+4}-2}{\sqrt{x^2+16}-4}$ .
2. Записать уравнение касательной к кривой  $y = x^2 - 7x + 3$  в точке с абсциссой  $x = 1$ .
3. С помощью дифференциала приближенно вычислить:  $\sqrt[5]{31}$ .
4. Найти критические точки функции:  $y = \frac{2+x}{(x+1)^2}$ .
5. Найти наибольшее и наименьшее значение функции  $y = (x + 2)e^{1-x}$  на отрезке  $[-2, 2]$ .
6. Вычислить производную функции:  $y = (\cos x + 5)^{\arcsin 3x}$ .

#### Экзамен (2 семестр)

##### Контрольные вопросы к экзамену

1. Определение ФНП. Область определения. Предел. Непрерывность. Частные производные и их геометрический смысл.
2. Дифференцируемость и полный дифференциал ФНП. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.
3. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Производные сложных функций.
4. Дифференцирование неявной функции. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
5. Экстремум ФНП. Наибольшее и наименьшее значение ФНП.
6. Производная по направлению. Градиент скалярного поля (функции).
7. Метод наименьших квадратов.
8. Первообразная функции и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица неопределенных интегралов.
9. Интегрирование простейших дробей. Интегрирование дробно-рациональных функций.
10. Основные методы интегрирования (интегрирование по частям, заменой переменной).
11. Интегрирование иррациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций.
12. Определение определенного интеграла. Основные свойства. Формула Ньютона-Лейбница.
13. Условия существования определенного интеграла.
14. Ограниченность интегрируемых функций.
15. Суммы Дарбу, их свойства.

16. Необходимое и достаточное условия интегрируемости.
17. Геометрические приложения определенного интеграла (площадь плоской фигуры, длина дуги, объем тела вращения и площадь поверхности вращения).
18. Приближенное вычисление определенного интеграла.
19. Несобственные интегралы I и II рода.

#### Типовые экзаменационные задачи

1. Найти неопределенный интеграл:  $\int (3x - \sqrt[7]{x^5} + 2 \sin x - 3) dx$ .
2. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{dx}{x^2 + 4x + 20}$ .
3. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{dx}{1 + \sqrt{x+3}}$ .
4. Вычислить определенный интеграл:  $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sqrt{\cos x - \cos^3 x} dx$ .
5. Вычислить несобственный интеграл или установить их расходимость:  $\int_e^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^3}$ .
6. Найти частные производные функции:  $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$ .
7. Найти частный дифференциал функции:  $z = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$ .
8. Вычислить полный дифференциал функции:  $z = x^3 + xy^2$ .
9. Исследовать на экстремум функцию:  $z = x^3 + y^2 - 3x + 2y$ .

#### Экзамен (3 семестр)

##### Контрольные вопросы к экзамену

1. Определение и свойства кратного интеграла.
2. Двойной интеграл, его геометрический смысл, свойства и вычисление.
3. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.
4. Тройной интеграл, его свойства и вычисление.
5. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.
6. Применение кратных интегралов.
7. Криволинейный интеграл первого рода. Определение, свойства, вычисление и применение.
8. Криволинейный интеграл второго рода. Определение, свойства, вычисление и применение.
9. Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования.
10. Длина кривых на поверхности. Площадь поверхности. Ориентация поверхности.
11. Поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода, их вычисление и применение.
12. Формулы Стокса и Остроградского-Гаусса.
13. Числовые ряды. Признаки сходимости числовых рядов.
14. Формулы и ряды Тейлора и Маклорена. Разложение функции в степенной ряд.
15. Степенные ряды в приближенных вычислениях.
16. Ряды Фурье.

#### Типовые экзаменационные задачи

1. Исследовать ряд на сходимость  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2+n}$ .
2. Разложить в ряд Тейлора в окрестности указанной точки:  $f(x) = \frac{1}{2x+5}, x_0 = 3$ .
- 3...