

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Комсомольский-на-Амуре государственный университет»

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ¹
по дисциплине

Теория функции комплексного переменного

Направление подготовки	01.03.04 – «Прикладная математика»
Направленность (профиль) образовательной программы	Математическое и компьютерное моделирование

Обеспечивающее подразделение
Кафедра «Прикладная математика»

Разработчик ФОС:

доцент кафедры ПМ, к.ф-м.н.

(должность, степень, ученое звание)

(подпись)

О.В. Козлова

(ФИО)

Оценочные материалы по дисциплине рассмотрены и одобрены на заседании кафедры,
протокол № _____ от «____» _____ 2022 г.

Заведующий кафедрой _____ А.Л. Григорьева

¹ В данном документе представлены типовые оценочные средства. Полный комплект оценочных средств, включающий все варианты заданий (тестов, контрольных работ и др.), предлагаемых обучающемуся, хранится на кафедре в бумажном и электронном виде.

1 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами образовательной программы

Таблица 1 – Компетенции и индикаторы их достижения

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения	Планируемые результаты обучения по дисциплине
Универсальные		
Общепрофессиональные		
ОПК-1 Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике	ОПК-1.1 Знает основные естественно-научные составляющие задач профессиональной деятельности, а также математические и физические теоремы, законы, алгоритмы решения задач; ОПК-1.2 Умеет использовать методы решения задач, математические, физические законы для решения задач прикладного характера; ОПК-1.3 Владеет навыками использования основных математических, физических законов, теорем, алгоритмов решения в задачах профессиональной деятельности;	<i>Знать:</i> основные понятия и методы теории функций комплексной переменной; <i>Уметь:</i> применять методы математической теории функций комплексной переменной при решении инженерных задач; <i>Владеть:</i> навыком применения методов теории функций комплексной переменной для решения стандартных задач в профессиональной деятельности;
Профессиональные		

Таблица 2 – Паспорт фонда оценочных средств

Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Формируемая компетенция	Наименование оценочного средства	Показатели оценки
<i>Комплексные числа и функции комплексного переменного</i>	ОПК-1	Контр.	Знает основные понятия ТФКП. Умеет оперировать комплексными переменными и ФКП. Владеет навыками использования основных трансцендентных функций.
<i>Дифференцирование и интегрирование функции комплексного переменного</i>		Контр.	Знает основные понятия дифференциального и интегрального исчисления ФКП. Умеет вычислять производную и интеграл функции комплексного переменного. Демонстрирует практическое использование математических методов и анали-

			тических алгоритмов для анализа задач.
<i>Ряды и особые точки</i>		Контр.	Знает основные понятия рядов и теоремы сходимости рядов. Умеет определять особые точки функции и их тип, раскладывать функцию в ряд Лорана.
<i>Теория вычетов</i>		Контр.	Знает основные понятия теории вычетов, умеет находить вычет функции в особых точках. Владеет навыком вычисления интегралов с помощью вычетов.
<i>Конформные отображения</i>		Контр.	Знает основные понятия теории конформных отображений. Умеет выполнять конформные преобразования.

2 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, представлены в виде технологической карты дисциплины (таблица 3).

Таблица 3 – Технологическая карта

	Наименование оценочного средства	Сроки выполнения	Шкала оценивания	Критерии оценивания
Промежуточная аттестация в форме «Зачет с оценкой» 4 - семестр				
2	«Контр»	зачетная неделя	5 - 25 баллов	20-25 баллов - Студент полностью и в срок выполнил задание контрольной работы, показал отличные умения и навыки в рамках усвоенного учебного материала, контрольная работа оформлена аккуратно и в соответствии с предъявляемыми требованиями. 19-15 баллов - Студент полностью выполнил задание контрольной работы, показал хорошие умения навыки в рамках усвоенного учебного материала, но не смог обосновать оптимальность предложенного решения, допущены одна или две неточности, есть недостатки в оформлении контрольной работы. 14-10 баллов - Студент полностью выполнил задание контрольной работы, но допустил существенные неточности и грубые ошибки, не проявил умения правильно интерпретировать полученные результаты, качество оформления контрольной работы имеет недостаточный

	Наименование оценочного средства	Сроки выполнения	Шкала оценивания	Критерии оценивания
				уровень. 9-5 баллов - Студент не полностью выполнил задание контрольной работы, при этом проявил недостаточный уровень умений и навыков, а также неспособен пояснить полученный результат
	Текущий контроль:	-	0 - 25 баллов	-
	ИТОГО:	-	25 баллов	-
Критерии оценки результатов обучения по дисциплине: 0 – 34 % от максимально возможной суммы баллов – «неудовлетворительно» (недостаточный уровень для промежуточной аттестации по дисциплине); 35 – 54 % от максимально возможной суммы баллов – «удовлетворительно» (пороговый (минимальный) уровень); 55 – 84 % от максимально возможной суммы баллов – «хорошо» (средний уровень); 85 – 100 % от максимально возможной суммы баллов – «отлично» (высокий (максимальный) уровень)				

3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций в ходе освоения образовательной программы

3.1 Задания для текущего контроля успеваемости

Контрольная работа

Задача 1. Найти все значения корня

- | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| 1. $\sqrt[4]{-1}$; | 5. $\sqrt[4]{16}$ | 8. $\sqrt[4]{\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}}$ |
| 2. $\sqrt[3]{i}$ | 6. $\sqrt[3]{-8i}$ | 9. $\sqrt[4]{1}$ |
| 3. $\sqrt[3]{-1}$ | 7. $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$ | 10. $\sqrt[3]{-1}$ |
| 4. $\sqrt[4]{\frac{1+i\sqrt{3}}{32}}$ | | |

Задача 2. Представить в алгебраической форме.

- | | |
|--|---|
| 1. $\sin\left(\frac{\pi}{4} + 2i\right)$ | 6. $\text{Ln}(1+i)$ |
| 2. $\cos\left(\frac{\pi}{6} + 2i\right)$ | 7. $\sin\left(\frac{\pi}{3} + i\right)$ |
| 3. $\text{Ln } 6$ | 8. $\cos\left(\frac{\pi}{4} + i\right)$ |
| 4. $\text{sh}\left(2 + \frac{\pi i}{4}\right)$ | 9. $\text{Ln}(\sqrt{3} + i)$ |
| 5. $\text{ch}\left(2 + \frac{\pi i}{2}\right)$ | 10. $\text{sh}\left(1 + \frac{\pi i}{2}\right)$ |

Задание 3. Определить и построить линии и области, удовлетворяющие уравнениям и неравенствам.

- | | |
|---|--|
| 1. $ z - i = 2 z + 1 $, $\text{Im} \frac{z-1}{z+i} = 0$, | 2. $\text{Re} z^2 = 9$, $ z - 2 = z + i $, |
| $\text{arg}(z - 1 + 2i) < \frac{\pi}{3}$; | $\text{Im} \frac{z-i}{z+i} \geq 0$; |

3. $\arg(z - i) = \frac{\pi}{4}, \operatorname{Im} \frac{z-1}{z+1} = 0, |z| + |z - 1| < 1;$
4. $\operatorname{Re} \frac{1}{z} = \frac{1}{3}, \frac{\pi}{6} \leq \arg(z + i) \leq \frac{\pi}{3};$
5. $|1 + z| = 4|z + i|, 0 \leq \operatorname{Im} z^2 \leq 3;$
6. $\operatorname{Re} \frac{z}{i} = 1, \left| \frac{z-i}{z+i} \right| \leq 2;$
7. $\operatorname{Im} \frac{z+1}{z+i} = 1, \arg z^2 < 0;$
8. $\arg z - 4i = \frac{\pi}{4}, |z + 1| - |z - 2| < 2;$
9. $\operatorname{Im} \frac{z}{z-i} = 2, 0 \leq \operatorname{Re} z^2 \leq 2;$
10. $\operatorname{Im} z + \operatorname{Re}(z - 1) = 3, |z| \leq 2 + |z - 1|;$

Задание 4. Найти аналитическую функцию по заданной действительной или мнимой части.

1. $u = e^x \sin y$
2. $v = e^{-2y} \cos 2x$
3. $v = x^3 - 3xy^2$
4. $u = 3x^2y - y^3$
5. $u = \frac{x^2+y^2-x}{x^2+y^2}$
6. $v = -e^{-2y} + x$
7. $u = x^2 - y^2 + x$
8. $v = e^y \cos x$
9. $u = 3x^2y - y^3$
10. $v = \frac{x}{x^2+y^2}$

Задание 5. Вычислить интегралы.

1. $\int_{\Gamma} |z|^2 dz, \quad \Gamma: |z| = 4, \operatorname{Im} z \geq 0$
2. $\int_{\Gamma} |z|z dz, \quad \Gamma - \text{ломаная с вершинами } z_1 = 0, z_2 = 1, z_3 = i$
3. $\int_{\Gamma} \frac{\bar{z}}{z} dz, \quad \Gamma: |z| = 3, \operatorname{Re} z \leq 0$
4. $\int_{\Gamma} \operatorname{Im} z dz, \quad \Gamma: |z| = 1, \operatorname{Re} z \geq 0$
5. $\int_{\Gamma} |z|z dz, \quad \Gamma - \text{ломаная с вершинами } z_1 = 0, z_2 = i, z_3 = 2 - i$
6. $\int_{\Gamma} z^2 dz, \quad \Gamma: |z| = 3, \operatorname{Im} z > 0$
7. $\int_{\Gamma} |z| dz, \quad \Gamma - \text{отрезок прямой от } A(0; 1) \text{ до } B(0; 1)$
8. $\int_{\Gamma} e^2 dz, \quad \Gamma - \text{ломаная с вершинами } z_1 = 0, z_2 = 2i, z_3 = i - 1$
9. $\int_{\Gamma} z^2 dz, \quad \Gamma: z = (3 + i)t, 0 \leq t \leq 1$
10. $\int_{\Gamma} \operatorname{Im} z dz, \quad \Gamma - \text{отрезок прямой от } A(0; 0) \text{ до } B(2; 1)$

Задание 6. Вычислить интеграл с помощью вычетов.

1. а) $\int_{|z|=2} \frac{(z+1)}{(z-1) \sin z} dz;$ б) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^4+1)};$

- | | |
|---|--|
| 2. a) $\int_{z=3} \frac{z}{(z-1)(z-2)^2} dz;$ | б) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{X^2 dX}{(X^2+1)(X^2+9)};$ |
| 3. a) $\int_{z=2} \frac{dz}{(z^4-1)};$ | б) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(X^2-X+2)}{(X^4+10X^2+9)} dX;$ |
| 4. a) $\int_{ z =2} \frac{dz}{(z^2-1)^2(z-3)^2};$ | б) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(X^2+1)}{(X^4+1)} dX;$ |
| 5. a) $\int_{z=i} \frac{z^3}{(2z^4+1)} dz;$ | б) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dX}{(X^2+1)^2};$ |
| 6. a) $\int_{z=2} \frac{dz}{z^3(z^{10}-3)};$ | б) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 3X}{(X^2+9)} dX;$ |
| 7. a) $\int_{z-3i=4} \frac{dz}{(e^z-1)(z-3i)};$ | б) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{X \sin X}{(X^2+1)^2} dX;$ |
| 8. a) $\int_{ z =3} \frac{tg \pi z}{(z-1)} dz;$ | б) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{X \sin 3X}{(X^2+1)} dX;$ |
| 9. a) $\int_{ z =2} \frac{z^3}{(z^4-1)} dz;$ | б) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 2X}{(X^2+1)} dX;$ |
| 10. a) $\int_{ z =2} \frac{z^3 e^{\frac{1}{z}}}{(z+1)} dz;$ | б) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dX}{(X^2+3)^2};$ |

Задание 7. Построить область D и найти ее образ при отображении функцией комплексного переменного.

1. $D: |z + i - 1| \leq 1, f(z) = iz + 1 + i;$
2. $D: |z - 1| \leq 2, f(z) = 3iz - 2;$
3. $D: \left| z - \frac{1}{2} \right| \leq 1, f(z) = (1 + i)z - 3i;$
4. $D: |z + 2i| \leq 1, f(z) = (1 - i)z - 2i;$
5. $D: |z + 2i| \leq 1, f(z) = 2iz - 1;$
6. $D: |z - 2i| \leq 2, f(z) = \frac{iz}{2} + 2;$
7. $D: |z + 2| \leq 1, f(z) = 2(z - 1 - i);$
8. $D: 0 \leq \arg z \leq \frac{\pi}{2}, f(z) = iz - i;$
9. $D: 0 < \operatorname{Im} z < 1, f(z) = 2iz;$
10. $D: 0 < \operatorname{Re} z < 1, f(z) = -iz + 1;$

Задание 8. Указать области конформности для следующих отображений

- | | |
|--------------------|---------------------|
| 1. $w = e^{-3z};$ | 3. $w = -iz^2;$ |
| 2. $w = z^2 - 4z;$ | 4. $w = sh(1 - z);$ |

5. $w = (z + 2i)^3;$

8. $w = z - iz^2;$

6. $w = 3z + 1;$

9. $w = ch(1 - z);$

7. $w = z^3 + 4i;$

10. $w = (z - i)^3;$

Задание 9. Указать геометрический смысл следующих преобразований

1. $w = e^{-i\frac{\pi}{6}}z;$

6. $w = \frac{z}{2} - i;$

2. $w = -4z + 5;$

7. $w = \frac{\sqrt{3}-i}{2}z + 4i;$

3. $w = 3z + i;$

8. $w = \frac{1-\sqrt{3}i}{2}z - i;$

4. $w = \frac{1-i}{\sqrt{2}}z;$

9. $w = \frac{1}{\sqrt{2}}(1+i)z;$

5. $w = e^{i\frac{\pi}{3}}z + 2;$

10. $w = \frac{1}{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}z + 1;$