

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Комсомольский-на-Амуре государственный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
Факультет компьютерных технологий
Григорьев Я.Ю.
«03» 06 2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Тензорный анализ»

Направление подготовки	01.03.04 Прикладная математика
Направленность (профиль) образовательной программы	Математическое и компьютерное моделирование
Квалификация выпускника	Бакалавр
Год начала подготовки (по учебному плану)	2022
Форма обучения	Очная форма
Технология обучения	Традиционная

Курс	Семестр	Трудоемкость, з.е.
4	7	3

Вид промежуточной аттестации	Обеспечивающее подразделение
Зачет с оценкой	Кафедра «Прикладная математика»

Комсомольск-на-Амуре
2021

Разработчик рабочей программы:

Заведующий кафедрой, Доцент, Кандидат физико-математических наук



Григорьева А.Л.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий кафедрой
Кафедра «Прикладная математика»



Григорьева А.Л.

1 Введение

Рабочая программа и фонд оценочных средств дисциплины «Тензорный анализ» составлены в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта, утвержденного приказом Минобрнауки Российской Федерации, и основной профессиональной образовательной программы подготовки «Математическое и компьютерное моделирование» по направлению подготовки «01.03.04 Прикладная математика».

Практическая подготовка реализуется на основе:

Профессиональный стандарт 06.022 Системный аналитик (Зарегистрирован в Министерстве юстиции Российской Федерации 24 ноября 2014 года, регистрационный N 34882)
Обобщенная трудовая функция: С. Концептуальное, функциональное и логическое проектирование систем среднего и крупного масштаба и сложности

Задачи дисциплины	<ul style="list-style-type: none"> • Дать студентам теоретические знания по основным разделам курса. • Научить студентов решению задач по соответствующим разделам курса. • Предоставить студентам задания для самостоятельного выполнения и проконтролировать качество их решения. • Проконтролировать полученные знания, умения и навыки.
Основные разделы / темы дисциплины	Основы тензорного анализа.

2 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Процесс изучения дисциплины «Тензорный анализ» направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и основной образовательной программой (таблица 1):

Таблица 1 – Компетенции и индикаторы их достижения

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения	Планируемые результаты обучения по дисциплине
Общепрофессиональные		
ОПК-1 Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике	<p>ОПК-1.1 Знает основные естественно-научные составляющие задач профессиональной деятельности, а также математические и физические теоремы, законы, алгоритмы решения задач</p> <p>ОПК-1.2 Умеет использовать методы решения задач, математические, физические законы для решения задач прикладного характера</p>	<p>Знать основные естественно-научные составляющие задач профессиональной деятельности, а также математические и физические теоремы, законы, алгоритмы решения задач</p> <p>Уметь использовать методы решения задач, математические, физические законы для решения задач прикладного характера</p>

	ОПК-1.3 Владеет навыками использования основных математических, физических законов, теорем, алгоритмов решения в задачах профессиональной деятельности	Владеть навыками использования основных математических, физических законов, теорем, алгоритмов решения в задачах профессиональной деятельности
--	--	--

3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Тензорный анализ» изучается на 4 курсе, 7 семестре.

Дисциплина входит в состав блока 1 «Дисциплины (модули)» и относится к вариативной части.

Для освоения дисциплины необходимы знания, умения, навыки и / или опыт практической деятельности, сформированные в процессе изучения дисциплин / практик: «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», «Математический анализ», «Линейные преобразования и квадратичные формы», «Дискретная математика», «Основы вычислительной математики», «Физика», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Теория функции комплексного переменного», «Философия», «Дифференциальные уравнения», «Математическая логика и теория алгоритмов», «Функциональный анализ», «Численные методы», «Классическая механика», «Прикладная механика».

Дисциплина «Тензорный анализ» в рамках воспитательной работы направлена на формирование у обучающихся активной гражданской позиции, уважения к правам и свободам человека, знания правовых основ и законов, воспитание чувства ответственности или умения аргументировать, самостоятельно мыслить, развивает творчество, профессиональные умения или творчески развитой личности, системы осознанных знаний, ответственности за выполнение учебно-производственных заданий и т.д.

Дисциплина «Тензорный анализ» частично реализуется в форме практической подготовки. Практическая подготовка организуется путем проведения / выполнения практических занятий.

4 Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость (объем) дисциплины составляет 3 з.е., 108 акад. час.

Распределение объема дисциплины (модуля) по видам учебных занятий представлено в таблице 2.

Таблица 2 – Объем дисциплины (модуля) по видам учебных занятий

Объем дисциплины	Всего академических часов
Общая трудоемкость дисциплины	108
Контактная аудиторная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий), всего	48
В том числе:	
занятия лекционного типа (лекции и иные учебные занятия, преду-	16

смагивающие преимущественную передачу учебной информации педагогическими работниками)	
занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия)	32
Самостоятельная работа обучающихся и контактная работа , включающая групповые консультации, индивидуальную работу обучающихся с преподавателями (в том числе индивидуальные консультации); взаимодействие в электронной информационно-образовательной среде вуза	60
Промежуточная аттестация обучающихся – Зачет с оценкой	0

5 Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебной работы

Таблица 3 – Структура и содержание дисциплины (модуля)

Наименование разделов, тем и содержание материала	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)			СРС
	Контактная работа преподавателя с обучающимися			
	Лекции	Семинарские (практические занятия)	Лабораторные занятия	
Тема Обозначения и определения. Индексные обозначения. Условие о суммировании. Сложение, умножение и свертывание объектов. Симметричные и антисимметричные объекты.	2	6		10
Тема Обозначения и определения. Антисимметричный объект третьего порядка. Символы Кронекера. Определитель, образованный из составляющих объекта второго порядка. Алгебраическое дополнение элемента определителя. Линейные уравнения. Положительно определенная квадратичная форма. Характеристическое уравнение.	2	6		10
Тема Тензоры. Линейные преобразования. Инварианты, контравариантные и ко-	2	6*		10

вариантные векторы. Тензоры любого порядка. Сложение, умножение и свертывание тензоров.				
Тема Тензоры. Обратный тензорный признак. Псевдотензоры. Общие преобразования. Тензоры относительно общего преобразования.	2	6		10
Тема Аффинные координаты. Координаты и тензоры. Контравариантные векторы и смещения. Базисные точки и геометрическая интерпретация аффинных координат. Расстояние между двумя точками и метрический тензор.	2	2		10
Тема Аффинные координаты. Угол между двумя направлениями. Ортогональность. Ассоциированные тензоры. Скалярное и векторное произведения векторов. Площади и объемы.	6	6*		10
ИТОГО по дисциплине	16	32		60

*в виде практической подготовки

6 Внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся по дисциплине (модулю)

При планировании самостоятельной работы студенту рекомендуется руководствоваться следующим распределением часов на самостоятельную работу (таблица 4):

Таблица 4 – Рекомендуемое распределение часов на самостоятельную работу

Компоненты самостоятельной работы	Количество часов
Изучение теоретических разделов дисциплины	20
Подготовка к занятиям семинарского типа	20
Подготовка и оформление РГР	20
	60

7 Оценочные средства для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации представлен в Приложении 1.

Полный комплект контрольных заданий или иных материалов, необходимых для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), практике хранится на кафедре-разработчике в бумажном и электронном виде.

8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

8.1 Основная литература

- 1 Мищенко, А. С. Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии [Электронный ресурс] / А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 304 с. // ZNANIUM.COM : электронно-библиотечная система. – Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/544615>, ограниченный. – Загл. с экрана.
- 2 Розендорн, Э. Р. Задачи по дифференциальной геометрии [Электронный ресурс] / Э. Р. Розендорн. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 144 с. // ZNANIUM.COM : электронно-библиотечная система. – Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/544679>, ограниченный. – Загл. с экрана.
- 3 Скопенков, А. Б. Основы дифференциальной геометрии в интересных задачах [Электронный ресурс] / Скопенков А. Б. – М. : МЦНМО, 2014. – 72 с. // ZNANIUM.COM : электронно-библиотечная система. – Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/969673>, ограниченный. – Загл. с экрана

8.2 Дополнительная литература

- 1 Остыловский, А. Н. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А. Н. Остыловский. – Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2011. – 92 с. // ZNANIUM.COM : электронно-библиотечная система. – Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/443221>, ограниченный. – Загл. с экрана.
- 2 Михайлов, Л. Е. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Михайлов Л. Е. – М. : НИЯУ «МИФИ», 2009. – 80 с. // ZNANIUM.COM : электронно-библиотечная система. – Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/566303>, ограниченный. – Загл. с экрана.
- 3 Бортаковский, А. С. Аналитическая геометрия в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Бортаковский А. С., Пантелеев А. В. – М. : НИЦ ИНФРА-М, 2016. – 496 с. // ZNANIUM.COM : электронно-библиотечная система. – Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/515990>, ограниченный. – Загл. с экрана.

8.3 Методические указания для студентов по освоению дисциплины

Для повышения качества выживаемости знаний задачи контрольной работы должны подбираться с учетом необходимости применения знаний в последующих дисциплинах.

Проведение контроля текущей успеваемости, с одной стороны, позволяет получать адекватную информацию о степени усвоения учебного материала, с другой стороны, стимулирует ритмичность учебной деятельности.

Контрольная работа способствует лучшему освоению практических навыков по данному предмету, обобщает и систематизирует полученные знания, умения и навыки. Студент получает задания в начале семестра, а сдает выполненную контрольную работу в конце семестра.

Студент, не выполнивший к концу семестра контрольную работу, не допускается

8.4 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе изучения дисциплины используются следующие ЭБС:
Электронно-библиотечная система ZNANIUM.COM.

Договор № 4997 эбс ИКЗ 21 1 2727000769 270301001 0010 004 6311 244 от 13 апреля 2021 г.

Электронно-библиотечная система IPRbooks.

Лицензионный договор № ЕП 44/4 на предоставление доступа к электронно-библиотечной системе IPRbooks ИКЗ 21 1 2727000769 270301001 0010 003 6311 244 от 05 февраля 2021 г.

Образовательная платформа Юрайт.

Договор № ЕП44/2 на оказание услуг по предоставлению доступа к образовательной платформе ИКЗ 21 1 2727000769 270301001 0010001 6311 244 от 02 февраля 2021 г.

8.5 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

нет

8.6 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, используемое при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

нет

до экзамена.

9 Организационно-педагогические условия

Организация образовательного процесса регламентируется учебным планом и расписанием учебных занятий. Язык обучения (преподавания) - русский. Для всех видов аудиторных занятий академический час устанавливается продолжительностью 45 минут.

При формировании своей индивидуальной образовательной траектории обучающийся имеет право на перезачет соответствующих дисциплин и профессиональных модулей, освоенных в процессе предшествующего обучения, который освобождает обучающегося от необходимости их повторного освоения.

9.1 Образовательные технологии

Учебный процесс при преподавании курса основывается на использовании традиционных, инновационных и информационных образовательных технологий. Традиционные образовательные технологии представлены лекциями и семинарскими (практическими) занятиями. Инновационные образовательные технологии используются в виде широкого применения активных и интерактивных форм проведения занятий. Информационные образовательные технологии реализуются путем активизации самостоятельной работы студентов в информационной образовательной среде.

9.2 Занятия лекционного типа

Лекционный курс предполагает систематизированное изложение основных вопросов учебного плана.

На первой лекции лектор обязан предупредить студентов, применительно к какому базовому учебнику (учебникам, учебным пособиям) будет прочитан курс.

Лекционный курс должен давать наибольший объем информации и обеспечивать более глубокое понимание учебных вопросов при значительно меньшей затрате времени, чем это требуется большинству студентов на самостоятельное изучение материала.

9.3 Занятия семинарского типа

Семинарские занятия представляют собой детализацию лекционного теоретического материала, проводятся в целях закрепления курса и охватывают все основные разделы.

Основной формой проведения семинаров является обсуждение наиболее проблемных и сложных вопросов по отдельным темам, а также разбор примеров и ситуаций в аудиторных условиях. В обязанности преподавателя входят: оказание методической помощи и консультирование студентов по соответствующим темам курса.

Активность на семинарских занятиях оценивается по следующим критериям:

- ответы на вопросы, предлагаемые преподавателем;
- участие в дискуссиях;
- выполнение проектных и иных заданий;
- ассистирование преподавателю в проведении занятий.

Ответ должен быть аргументированным, развернутым, не односложным, содержать ссылки на источники.

Доклады и оппонирование докладов проверяют степень владения теоретическим материалом, а также корректность и строгость рассуждений.

Оценивание заданий, выполненных на семинарском занятии, входит в накопленную оценку.

9.4 Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа студентов – это процесс активного, целенаправленного приобретения студентом новых знаний, умений без непосредственного участия преподавателя, характеризующийся предметной направленностью, эффективным контролем и оценкой результатов деятельности обучающегося.

Цели самостоятельной работы:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную и справочную документацию, специальную литературу;
- развитие познавательных способностей, активности студентов, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, творческой инициативы, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развитие исследовательских умений и академических навыков.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов в зависимости от цели, объема, уровня сложности, конкретной тематики.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов университета.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов может проходить в письменной, устной или смешанной форме.

Студенты должны подходить к самостоятельной работе как к наиважнейшему средству закрепления и развития теоретических знаний, выработке единства взглядов на отдельные вопросы курса, приобретения определенных навыков и использования профессиональной литературы.

9.5 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

При изучении дисциплины обучающимся целесообразно выполнять следующие рекомендации:

1. Изучение учебной дисциплины должно вестись систематически.
2. После изучения какого-либо раздела по учебнику или конспектным материалам рекомендуется по памяти воспроизвести основные термины, определения, понятия раздела.
3. Особое внимание следует уделить выполнению отчетов по практическим занятиям и индивидуальным комплексным заданиям на самостоятельную работу.
4. Вся тематика вопросов, изучаемых самостоятельно, задается на лекциях преподавателем. Им же даются источники (в первую очередь вновь изданные в периодической научной литературе) для более детального понимания вопросов, озвученных на лекции.

При самостоятельной проработке курса обучающиеся должны:

- просматривать основные определения и факты;
- повторить законспектированный на лекционном занятии материал и дополнить его с учетом рекомендованной по данной теме литературы;
- изучить рекомендованную литературу, составлять тезисы, аннотации и конспекты наиболее важных моментов;
- самостоятельно выполнять задания, аналогичные предлагаемым на занятиях;
- использовать для самопроверки материалы фонда оценочных средств.

10 Описание материально-технического обеспечения, необходимого для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

10.1 Учебно-лабораторное оборудование

Отсутствует

10.2 Технические и электронные средства обучения

Отсутствуют

11 Иные сведения

Методические рекомендации по обучению лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Освоение дисциплины обучающимися с ограниченными возможностями здоровья может быть организовано как совместно с другими обучающимися, так и в отдельных группах. Предполагаются специальные условия для получения образования обучающимися с ограниченными возможностями здоровья.

Профессорско-педагогический состав знакомится с психолого-физиологическими особенностями обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, индивидуальными программами реабилитации инвалидов (при наличии). При необходимости осуществляется дополнительная поддержка преподавания тьюторами, психологами, социальными работниками, прошедшими подготовку ассистентами.

В соответствии с методическими рекомендациями Минобрнауки РФ (утв. 8 апреля 2014 г. N АК-44/05вн) в курсе предполагается использовать социально-активные и рефлексивные методы обучения, технологии социокультурной реабилитации с целью оказа-

ния помощи в установлении полноценных межличностных отношений с другими студентами, создании комфортного психологического климата в студенческой группе. Подбор и разработка учебных материалов производится с учетом предоставления материала в различных формах: аудиальной, визуальной, с использованием специальных технических средств и информационных систем.

Освоение дисциплины лицами с ОВЗ осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения (персонального и коллективного использования). Материально-техническое обеспечение предусматривает приспособление аудиторий к нуждам лиц с ОВЗ.

Форма проведения аттестации для студентов-инвалидов устанавливается с учетом индивидуальных психофизических особенностей. Для студентов с ОВЗ предусматривается доступная форма предоставления заданий оценочных средств, а именно:

- в печатной или электронной форме (для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата);
- в печатной форме или электронной форме с увеличенным шрифтом и контрастностью (для лиц с нарушениями слуха, речи, зрения);
- методом чтения ассистентом задания вслух (для лиц с нарушениями зрения).

Студентам с инвалидностью увеличивается время на подготовку ответов на контрольные вопросы. Для таких студентов предусматривается доступная форма предоставления ответов на задания, а именно:

- письменно на бумаге или набором ответов на компьютере (для лиц с нарушениями слуха, речи);
- выбором ответа из возможных вариантов с использованием услуг ассистента (для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата);
- устно (для лиц с нарушениями зрения, опорно-двигательного аппарата).

При необходимости для обучающихся с инвалидностью процедура оценивания результатов обучения может проводиться в несколько этапов.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине

«Тензорный анализ»

Направление подготовки	01.03.04 Прикладная математика
Направленность (профиль) образовательной программы	Математическое и компьютерное моделирование
Квалификация выпускника	Бакалавр
Год начала подготовки (по учебному плану)	2022
Форма обучения	Очная форма
Технология обучения	Традиционная

Курс	Семестр	Трудоемкость, з.е.
4	7	3

Вид промежуточной аттестации	Обеспечивающее подразделение
Зачет с оценкой	Кафедра «Прикладная математика»

1 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Таблица 1 – Компетенции и индикаторы их достижения

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения	Планируемые результаты обучения по дисциплине
Общепрофессиональные		
ОПК-1 Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике	ОПК-1.1 Знает основные естественно-научные составляющие задач профессиональной деятельности, а также математические и физические теоремы, законы, алгоритмы решения задач ОПК-1.2 Умеет использовать методы решения задач, математические, физические законы для решения задач прикладного характера ОПК-1.3 Владеет навыками использования основных математических, физических законов, теорем, алгоритмов решения в задачах профессиональной деятельности	Знать основные естественно-научные составляющие задач профессиональной деятельности, а также математические и физические теоремы, законы, алгоритмы решения задач Уметь использовать методы решения задач, математические, физические законы для решения задач прикладного характера Владеть навыками использования основных математических, физических законов, теорем, алгоритмов решения в задачах профессиональной деятельности

Таблица 2 – Паспорт фонда оценочных средств

Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Формируемая компетенция	Наименование оценочного средства	Показатели оценки
Основы тензорного анализа.	ОПК-1	РГР	Знает основные тензорного анализа и умеет их применять для решения задач.

2 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, представлены в виде технологической карты дисциплины (таблица 3).

Таблица 3 – Технологическая карта

	Наименование оценочного средства	Сроки выполнения	Шкала оценивания	Критерии оценивания
7 семестр <i>Промежуточная аттестация в форме «Зачет с оценкой»</i>				
	РГР	В конце семестра	50 баллов	50 баллов - студент правильно выполнил задание. Показал отличные владения навыками применения

	Наименование оценочного средства	Сроки выполнения	Шкала оценивания	Критерии оценивания
				<p>полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на все дополнительные вопросы на защите.</p> <p>30 баллов - студент выполнил задание с небольшими неточностями. Показал хорошие владения навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на большинство дополнительных вопросов на защите.</p> <p>15 баллов - студент выполнил задание с существенными неточностями. Показал удовлетворительное владение навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы на защите было допущено много неточностей.</p> <p>0 баллов - при выполнении задания студент продемонстрировал недостаточный уровень владения навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы на защите было допущено множество неточностей.</p>
Текущий контроль:	кон-	-	_50_ баллов	-
<p>Критерии оценки результатов обучения по дисциплине:</p> <p>0 – 64 % от максимально возможной суммы баллов – «неудовлетворительно» (недостаточный уровень для промежуточной аттестации по дисциплине);</p> <p>65 – 74 % от максимально возможной суммы баллов – «удовлетворительно» (пороговый (минимальный) уровень);</p> <p>75 – 84 % от максимально возможной суммы баллов – «хорошо» (средний уровень);</p> <p>85 – 100 % от максимально возможной суммы баллов – «отлично» (высокий (максимальный) уровень)</p>				

Задания для текущего контроля

Практические занятия

1. Определить, сколько составляющих имеют объекты второго и третьего порядков в пятимерном пространстве.

2. Выписать полную систему равенств, задаваемую выражением

$$f^{ab}c_a = k^b.$$

3. Показать, что r_{we}^e есть объект первого порядка, и выписать полностью его составляющие.

4. Дан абсолютно симметричный объект f^{rst} третьего порядка, у которого $f^{111} = 6$, $f^{222} = -4$, $f^{333} = 8$, $f^{112} = 5$, $f^{113} = -2$, $f^{221} = 7$, $f^{223} = 4$, $f^{331} = -3$, $f^{332} = 5$, $f^{123} = -2$. Доопределить оставшиеся элементы объекта.

5. Выписать все возможные типы объекта пятого порядка.

6. Определить, сколько слагаемых содержится в сумме $w_{qdsa}z^qb^dr^sm^a$ в трехмерном пространстве.

7. Доказать, что если a_{mn} антисимметричен, то $a_{mn}x^mx^n = 0$, и обратно, если это уравнение верно для всех значений переменных x^r , то a_{mn} антисимметричен.

8. Получить для определителя четвертого порядка результаты, аналогичные случаю определителя третьего порядка, исследуя случай, когда индексы пробегают значения 1, 2, 3, 4 (в этом случае e -объекты являются объектами четвертого порядка и имеется четыре типа символов Кронекера).

9. Доказать, что $\frac{\partial A}{\partial a_i^r} = A^i_r$.

10. Доказать, что если $a_{mn}x^my^n = 0$ для произвольных значений x^r и y^p , то $a_{mn} = 0$.

11. Показать, что если элементы a_s^r являются функциями переменной x^r , то

$$\frac{\partial A}{\partial x^r} = A^m_n \frac{\partial a_n^m}{\partial x^r}.$$

12. Доказать, что если A^{mn} есть алгебраическое дополнение a_{mn} в определителе $|a_{mn}|$, то

$$e_{pmn}e_{qrs}A^{pq} = a_{mr}a_{ns} - a_{ms}a_{nr}.$$

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА

1. Показать, что объект четвертого порядка может быть пяти различных типов.

2. Сколько членов содержится в сумме $a_{mnp}x^my^nz^p$?

3. Показать, что абсолютно антисимметричный объект третьего порядка имеет только шесть отличных от нуля составляющих, одинаковых по модулю.

4. Если a_{rs} есть объект второго порядка, удовлетворяющий уравнению $ba_{rs} + ca_{sr} = 0$, то показать, что либо $b = -c$ и a_{rs} симметричен, либо $b = c$ и a_{rs} антисимметричен.

5. Доказать, что

$$\delta_r^r = 3, \quad \delta_{mst}^{rst} = 2\delta_m^r, \quad \delta_{rst}^{rst} = 3!$$

6. Если b_s^r обладает тем свойством, что $b_m^r b_s^m = \delta_s^r$, то показать, что $|b_s^r| = \pm 1$.

7. Показать, что

$$\delta_{ijk}^{rst} a_m^i a_n^j a_p^k = |a_s^r| \delta_{mnp}^{rst}, \quad \delta_{ijk}^{rst} a_r^i a_s^j a_t^k = 3! |a_s^r|.$$

8. Доказать, что

$$e^{rst} A_r^i = e^{ijk} a_j^s a_k^t, \quad e_{ijk} A_r^i = e_{rst} a_j^s a_k^t.$$

9. Показать, что

$$A = \frac{1}{3!} \delta_{rst}^{ijk} a_i^r a_j^s a_k^t, \quad a_r^m A_m^r = 3A.$$

10. Доказать, что

$$\frac{\partial A}{\partial a_i^r} = A_r^i.$$

11. Если a^{mn} симметричен, показать, что A^{mn} тоже симметричен.

12. Выписать формулы, относящиеся к определителю, образованному из составляющих объекта a^{mn} .

13. Проверить численные соотношения

$$\delta_{mnp}^{ijk} \delta_{rst}^{hlp} = \delta_{rst}^{ijk} \delta_{nm}^{hl}, \quad \delta_{mnp}^{ijk} \delta_{rst}^{hnp} = 2! \delta_{rst}^{ijk} \delta_m^h, \quad \delta_{mnp}^{ijk} \delta_{rst}^{mnp} = 3! \delta_{rst}^{ijk}.$$

14. Доказать, что если $a_{mn} x^m x^n = b_{mn} x^m x^n$ для произвольных значений x^r , то $a_{mn} + a_{nm} = b_{mn} + b_{nm}$

и, следовательно, если a^{mn} и b^{mn} симметричны, то

$$a_{mn} = b_{mn}.$$

15. Показать, что если $A = 0$, то решения системы уравнений $a_{rm} x^m = 0$ удовлетворяют соотношениям

$$(x^1)^2 : (x^2)^2 : (x^3)^2 = A^{11} : A^{22} : A^{33}.$$

16. *Якобиан*. Если y^1, y^2, y^3 – функции от x^1, x^2, x^3 , то якобиан этих функций мы обозначим через

$$\frac{\partial(y^1, y^2, y^3)}{\partial(x^1, x^2, x^3)},$$

то есть $\frac{\partial(y^1, y^2, y^3)}{\partial(x^1, x^2, x^3)} = \left| \frac{\partial y^r}{\partial x^s} \right|$.

Доказать, что если z^1, z^2, z^3 являются функциями y , то

$$\left| \frac{\partial z^r}{\partial x^s} \right| = \left| \frac{\partial z^r}{\partial y^s} \right| \cdot \left| \frac{\partial y^m}{\partial x^n} \right|.$$

17. Доказать, что

$$\frac{\partial}{\partial x^r} \left\{ \log \left| \frac{\partial y^m}{\partial x^n} \right| \right\} = \left| \frac{\partial^2 y^m}{\partial x^r \partial x^n} \right| \cdot \left| \frac{\partial x^n}{\partial y^m} \right|.$$

18. Показать, что $\gamma = |\gamma_s^r| = 1/c$.

19. Доказать, что $|c^{rs}| = |c^r_s| \cdot |c_s^r|$.

20. Показать, что

$$\bar{a}^r = \frac{\partial \bar{x}^r}{\partial x^s} a^s, \quad \bar{a}_r = \frac{\partial x^s}{\partial \bar{x}^r} a_s.$$

21. Показать, что дифференциалы переменных dx^r образуют контравариантный вектор.

22. Показать, что если тензор в некоторой системе переменных является симметричным (или антисимметричным), то в любой другой системе переменных он также будет симметричным (или антисимметричным). Такой тензор называется симметричным (или антисимметричным).

23. Показать, что $a^r b^p$ есть тензор третьего порядка.

24. Доказать, что если в соотношении

$$A(r, s, t) B^{st} = C^r$$

B^{st} есть антисимметричный, а в остальном произвольный тензор, то $\{A(r, s, t) - A(r, t, s)\}$ есть тензор, а если $A(r, s, t)$ есть объект, антисимметричный относительно s, t , то $A(r, s, t)$ есть тензор.

25. Учитывая, что e_{rst} и e^{rst} – псевдотензоры веса -1 и 1 соответственно, вывести, что символы Кронекера являются истинными тензорами.

26. Показать, что если все составляющие двух псевдотензоров одного и того же порядка и веса равны в одной системе переменных, то они равны и в любой другой системе. (Два тензора, составляющие которых равны друг другу в любой системе переменных, называются равными).

27. Показать, что если a^r_{st} есть псевдотензор, зависящий от параметра α , то производная этого псевдотензора по параметру есть псевдотензор того же порядка и веса.

