

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Комсомольский-на-Амуре государственный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета  
кадастра и строительства  
(наименование факультета)

О.Е. Сысоев

(подпись, ФИО)

« 30 » 06 2020 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Сопротивление материалов**

Направление подготовки	08.05.01 "Строительство уникальных зданий и сооружений"
Направленность (профиль) образовательной программы	Строительство высотных и большепролетных зданий и сооружений
Квалификация выпускника	инженер-строитель
Год начала подготовки (по учебному плану)	2019
Форма обучения	очная
Технология обучения	традиционная


Курс	Семестр	Трудоемкость, з.е.
2	4	5

Вид промежуточной аттестации	Обеспечивающее подразделение
Зачет с оценкой	Кафедра «АС - Авиастроение»

Комсомольск-на-Амуре 2020

Разработчик рабочей программы:

Старший преподаватель  
(должность, степень, ученое звание)



Колошенко Ю.Б.  
(ФИО)

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий кафедрой  
АС  
(наименование кафедры)



Марьин С.Б.  
(ФИО)

Заведующий выпускающей  
кафедрой<sup>1</sup> СИА  
(наименование кафедры)



Сысоев Е.О.  
(ФИО)

<sup>1</sup> Согласовывается, если РПД разработана не на выпускающей кафедре.

## 1 Общие положения

Рабочая программа дисциплины «Соппротивление материалов» составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 483 от 31.05.2017, и основной профессиональной образовательной программы подготовки «Строительство высотных и большепролетных зданий и сооружений» по направлению 08.05.01 "Строительство уникальных зданий и сооружений".

Задачи дисциплины	Способствовать подготовке выпускника вуза, отвечающей требованиям образовательного стандарта. При этом выпускник должен знать современные научные методы познания природы для решения задач, имеющих естественно-научное содержание и возникающих при выполнении профессиональных функций.
Основные разделы / темы дисциплины	1) Геометрические характеристики поперечных сечений. 2) Центральное растяжение - сжатие прямолинейного стержня. 3) Сдвиг. Кручение стержней круглого поперечного сечения. 4) Прямой изгиб стержней (балок). 5) Устойчивость центрально сжатых стержней.

## 2 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Процесс изучения дисциплины «Соппротивление материалов» направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и основной образовательной программой (таблица 1):

Таблица 1 – Компетенции и индикаторы их достижения

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения	Планируемые результаты обучения по дисциплине
Универсальные		
Общепрофессиональные		
ОПК-1 Способен решать прикладные задачи строительной отрасли, используя теорию и методы фундаментальных наук	ОПК-1.1. Знает теорию и основные законы в области естественнонаучных и инженерных дисциплин ОПК-1.2. Умеет выявлять и классифицировать физические и химические процессы, протекающие на объекте профессиональной деятельности, решать инженерные задачи с помощью математического аппарата ОПК-1.3. Владеет навыками решения типовых инженерных задач на ос-	<b>Знать:</b> знать основные понятия и гипотезы, используемые в курсе «Соппротивление материалов», теоретические положения, лежащие в основе расчетов на прочность, жёсткость и устойчивость элементов конструкций; знать виды простого и сложного сопротивления элементов конструкций, основы проведения расчетов элементов конструкций при сложных видах сопротивления, а также в условиях циклического характера нагружения изде-

	нове теоретических исследований, обработки расчетных и экспериментальных данных вероятностно-статистическими методами	лий. <b>Уметь:</b> уметь ориентироваться в выборе расчетных схем элементов конструкций; проводить расчеты на прочность, жёсткость и устойчивость стержневых систем <b>Владеть:</b> владеть навыками проведения инженерных расчетов на прочность и жесткость стержневых систем, работающих на растяжение и сжатие, сдвиг, кручение, изгиб; навыками выбора оптимальных размеров и форм поперечных сечений стержней, обеспечивающих требуемые показатели надежности, безопасности и экономичности.
Профессиональные		

### 3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Сопротивление материалов» изучается на 2 курсе в 4семестре.

Дисциплина входит в состав блока 1 «Дисциплины (модули)» и относится к обязательной части.

Для освоения дисциплины необходимы знания, умения, навыки сформированные в процессе изучения дисциплин: математика, физика, теоретическая механика.

Знания, умения и навыки, сформированные при изучении дисциплины «Сопротивление материалов», будут востребованы при изучении последующих дисциплин: строительная механика.

Входной контроль проводится в виде тестирования. Задания тестов представлены в приложении 1 РПД.

### 4 Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость (объем) дисциплины составляет 5 з.е., 180акад.час.

Распределение объема дисциплины (модуля) по видам учебных занятий представлено в таблице 2.

Таблица 2 – Объем дисциплины (модуля) по видам учебных занятий

Объем дисциплины	Всего академических часов
Общая трудоемкость дисциплины	180

Объем дисциплины	Всего академических часов
<b>Контактная аудиторная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий), всего</b>	80
В том числе:	
<b>занятия лекционного типа</b> (лекции и иные учебные занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации педагогическими работниками)	32
<b>занятия семинарского типа</b> (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия)	48
<b>Самостоятельная работа обучающихся и контактная работа</b> , включающая групповые консультации, индивидуальную работу обучающихся с преподавателями (в том числе индивидуальные консультации); взаимодействие в электронной информационно-образовательной среде вуза	100
Промежуточная аттестация обучающихся – Зачет с оценкой	

**5 Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебной работы**

Таблица 3 – Структура и содержание дисциплины (модуля)

Наименование разделов, тем и содержание материала	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)			
	Контактная работа преподавателя с обучающимися			СРС
	Лекции	Семинарские (практические занятия)	Лабораторные занятия	
<b>Тема 1 Основные положения.</b> Основные положения, гипотезы и допущения механики материалов. Определение опорных реакций. Геометрическая и физическая схематизация. Классификация сил. Метод сечений. Внутренние силовые факторы. Напряжения и деформации	2	2		10
<b>Тема 2 Основные положения. Опытное изучение свойств материалов</b> Назначение и виды испытаний. Диаграммы растяжения и сжатия. Упрочнение. Последействие. Ползучесть и релаксация. Влияние температуры. Коэффициент запаса прочности и допускаемые напряжения.	2	2	2	10

Наименование разделов, тем и содержание материала	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)			
	Контактная работа преподавателя с обучающимися			СРС
	Лекции	Семинарские (практические занятия)	Лабораторные занятия	
<p><b>Тема 3 Растяжение – сжатие.</b>            Определение нормальной силы. Нормальные напряжения и продольные деформации. Перемещения поперечных сечений. Коэффициент Пуассона. Напряжения в наклонных сечениях. Закон парности касательных напряжений. Определение главных напряжений и положения главных площадок. Обобщенный закон Гука. Работа внешних сил при растяжении и сжатии. Потенциальная энергия.</p>	4	4	4	15
<p><b>Тема 4 Геометрические характеристики поперечных сечений.</b>            Статический момент сечения, Центр тяжести сечения. Моменты инерции сечения. Изменение моментов инерции при параллельном переносе и повороте осей</p>	4	4		15
<p><b>Тема 5 Практические расчеты на сдвиг и смятие</b>            Напряжения и деформации при чистом сдвиге. Потенциальная энергия при сдвиге. Практические расчеты на сдвиг и смятие.</p>	2	2	2	10
<p><b>Тема 6 Кручение</b>            Построение эпюр крутящих моментов. Напряжения в стержнях круглого поперечного сечения. Деформации и перемещения при кручении валов. Потенциальная энергия при кручении. Кручение стержней некруглого сечения. Рациональные формы сечений при кручении.</p>	4	4	2	15
<p><b>Тема 7 Изгиб.</b>            Определение внутренних усилий при изгибе. Правило знаков для изгибающих моментов и поперечных сил. Дифференциальные зависимости между изгибающим моментом, поперечной силой и интенсивностью распределенной нагрузки. Построение эпюр изгибающих моментов и поперечных сил. Определение нормальных и касательных напряжений. Условия прочности по нормальным, касательным и главным напряжениям. Потенциальная энергия при изгибе. Дифференциальное уравнение изогнутой оси балки. Определение перемещений при помощи универсальных урав-</p>	12	12	6	15

Наименование разделов, тем и содержание материала	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)			
	Контактная работа преподавателя с обучающимися			СРС
	Лекции	Семинарские (практические занятия)	Лабораторные занятия	
нений. Построение эпюр изгибающих моментов для плоских рам.				
<b>Тема 8</b> Расчет сжатых стержней на устойчивость Устойчивые и неустойчивые формы равновесия. Формула Эйлера для критической силы. Влияние способа закрепления. Эмпирические формулы для определения критических напряжений. Рациональные формы сечений.	2	2		10
<b>ИТОГО по дисциплине</b>	<b>32</b>	<b>32</b>	<b>16</b>	<b>100</b>

## 6 Внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся по дисциплине (модулю)

При планировании самостоятельной работы студенту рекомендуется руководствоваться следующим распределением часов на самостоятельную работу (таблица 4):

Таблица 4 – Рекомендуемое распределение часов на самостоятельную работу

Компоненты самостоятельной работы	Количество часов
Изучение теоретических разделов дисциплины	35
Подготовка к занятиям семинарского типа	35
Подготовка и оформление РГР	30
	100

## 7 Оценочные средства для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации представлен в Приложении 1.

Полный комплект контрольных заданий или иных материалов, необходимых для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), практике хранится на кафедре-разработчике в бумажном и электронном виде.

## 8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

## **8.1 Основная литература**

- 1 Дарков, А.В. Сопротивление материалов / А. В. Дарков, Г. С. Шпиро. - 4-е изд., перераб. - М.: Высшая школа, 1989; 1975; 1969. - 654с.
- 2 Варданян, Г.С. Сопротивление материалов с основами строительной механики : учебник для вузов / Г. С. Варданян, Н. М. Атаров, А. А. Горшков; Под ред. Г.С.Варданяна. - Изд.испр. - М.: ИНФРА-М, 2012; 2011. - 504с.
- 3 Долинский, Ф.В. Краткий курс сопротивления материалов : учебное пособие для вузов / Ф. В. Долинский. - М.: Высшая школа, 1988. - 432с.

## **8.2 Дополнительная литература**

- 1 Александров, А.В. Сопротивление материалов : учебник для вузов / А. В. Александров, В. Д. Потапов, Б. П. Державин. - 2-е изд., испр. - М.: Высшая школа, 2000. - 560с.
- 2 Ахметзянов, М.Х. Сопротивление материалов : учебник для вузов / М. Х. Ахметзянов, И. Б. Лазарев. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Юрайт, 2011. - 300с.
- 3 Ицкович, Г.М. Руководство к решению задач по сопротивлению материалов : учебное пособие для вузов / Г. М. Ицкович, Л. С. Минин, А. И. Винокур; Под ред. Л.С.Минина. - 3-е изд., перераб. и доп. - М.: Высшая школа, 2001; 1999. - 592с.
- 4 Ицкович, Г.М. Сборник задач по сопротивлению материалов : учебное пособие / Г. М. Ицкович, А. И. Винокуров, Н. В. Барановский. - 4-е изд. - Л.: Судостроение, 1972. - 230с.
- 5 Лейзерович, Г.С. Руководство к самостоятельной работе по сопротивлению материалов : учебное пособие / Г. С. Лейзерович, В. С. Симонов. - Комсомольск-на-Амуре: Изд-во Комсомольского-на-Амуре гос.техн.ун-та, 2007. - 88с.
- 6 Феодосьев, В.И. Сопротивление материалов : учебник для втузов / В. И. Феодосьев. - 9-е изд., перераб. - М.: Наука, 1986. - 512с.

## **8.3 Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

- 1 Лейзерович, Г. С. Руководство к самостоятельной работе по сопротивлению материалов // Г. С Лейзерович, В.С. Симонов // Комсомольск-на-Амуре: Изд-во Комсомольского-на-Амуре гос. техн. ун-та, 2007. - 88с.
- 2 Лейзерович, Г. С. Методические указания по курсу «Сопротивление материалов» / Г. С Лейзерович, С. В. Макаренко. / Комсомольск-на-Амуре: Изд-во Комсомольского-на-Амуре гос. техн. ун-та, 2003.

## **8.4 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

- 1 Электронно-библиотечная система ZNANIUM.COM. Договор ЕП 44№003/10 эбс ИКЗ 191272700076927030100100120016311000 от 17 апреля 2019 г.
- 2 Электронно-библиотечная система IPRbooks. Лицензионный договор №ЕП44№001/9 на предоставление доступа к электронно-библиотечной системе IPRbooks ИКЗ 191272700076927030100100090016311000 от 27 марта 2019 г.
- 3 Электронный портал научной литературы [www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru).

## **8.5 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)**



- 1 Национальная платформа открытого образования. <https://openedu.ru/>
- 2 Электронный учебный курс для студентов очной и заочной форм обучения <http://www.teormach.ru/>
- 3 Электронный учебный курс для студентов очной и заочной форм обучения <http://www.soprotmat.ru/>

#### **8.6 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, используемое при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

#### **8.7 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, используемое при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

Таблица 7 – Перечень используемого программного обеспечения

Наименование ПО	Реквизиты / условия использования
Microsoft Imagine Premium	Лицензионный договор АЭ223 №008/65 от 11.01.2019
OpenOffice	Свободная лицензия, условия использования по ссылке: <a href="https://www.openoffice.org/license.html">https://www.openoffice.org/license.html</a>
University FEA Budge Department pack including/ в составе MD Nastran Patran Marc Sofy Dytran FlightLoads	Сертификат №ЕС 4681 от 27.11.2006, Дополнение к сертификату от 16.09.2009 г.
Siemens Product	Лицензия, InstallationNumber: 1252056 от 23.12.2010

### **9 Организационно-педагогические условия**

Организация образовательного процесса регламентируется учебным планом и расписанием учебных занятий. Язык обучения (преподавания) — русский. Для всех видов аудиторных занятий академический час устанавливается продолжительностью 45 минут.

При формировании своей индивидуальной образовательной траектории обучающийся имеет право на перезачет соответствующих дисциплин и профессиональных модулей, освоенных в процессе предшествующего обучения, который освобождает обучающегося от необходимости их повторного освоения.

#### **9.1 Образовательные технологии**

Учебный процесс при преподавании курса основывается на использовании традиционных, инновационных и информационных образовательных технологий. Традиционные образовательные технологии представлены лекциями и семинарскими (практическими) занятиями. Инновационные образовательные технологии используются в виде широкого применения активных и интерактивных форм проведения занятий. Информационные образовательные технологии реализуются путем активизации самостоятельной работы студентов в информационной образовательной среде.

#### **9.2 Занятия лекционного типа**

Лекционный курс предполагает систематизированное изложение основных вопросов учебного плана.

На первой лекции лектор обязан предупредить студентов, применительно к какому базовому учебнику (учебникам, учебным пособиям) будет прочитан курс.

Лекционный курс должен давать наибольший объем информации и обеспечивать более глубокое понимание учебных вопросов при значительно меньшей затрате времени, чем это требуется большинству студентов на самостоятельное изучение материала.

### **9.3 Занятия семинарского типа**

Семинарские занятия представляют собой детализацию лекционного теоретического материала, проводятся в целях закрепления курса и охватывают все основные разделы.

Основной формой проведения семинаров является обсуждение наиболее проблемных и сложных вопросов по отдельным темам, а также разбор примеров и ситуаций в аудиторных условиях. В обязанности преподавателя входят: оказание методической помощи и консультирование студентов по соответствующим темам курса.

Активность на семинарских занятиях оценивается по следующим критериям:

- ответы на вопросы, предлагаемые преподавателем;
- участие в дискуссиях;
- выполнение проектных и иных заданий;
- ассистирование преподавателю в проведении занятий.

Ответ должен быть аргументированным, развернутым, не односложным, содержать ссылки на источники.

Доклады и оппонирование докладов проверяют степень владения теоретическим материалом, а также корректность и строгость рассуждений.

Оценивание заданий, выполненных на семинарском занятии, входит в накопленную оценку.

### **9.4 Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа студентов – это процесс активного, целенаправленного приобретения студентом новых знаний, умений без непосредственного участия преподавателя, характеризующийся предметной направленностью, эффективным контролем и оценкой результатов деятельности обучающегося.

Цели самостоятельной работы:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную и справочную документацию, специальную литературу;
- развитие познавательных способностей, активности студентов, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, творческой инициативы, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развитие исследовательских умений и академических навыков.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов в зависимости от цели, объема, уровня сложности, конкретной тематики.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов университета.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов может проходить в письменной, устной или смешанной форме.

Студенты должны подходить к самостоятельной работе как к наиважнейшему средству закрепления и развития теоретических знаний, выработке единства взглядов на отдельные вопросы курса, приобретения определенных навыков и использования профессиональной литературы.

## 9.5 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

При изучении дисциплины обучающимся целесообразно выполнять следующие рекомендации:

1. Изучение учебной дисциплины должно вестись систематически.
2. После изучения какого-либо раздела по учебнику или конспектным материалам рекомендуется по памяти воспроизвести основные термины, определения, понятия раздела.
3. Особое внимание следует уделить выполнению отчетов по практическим занятиям и индивидуальным комплексным заданиям на самостоятельную работу.
4. Вся тематика вопросов, изучаемых самостоятельно, задается на лекциях преподавателем. Им же даются источники (в первую очередь вновь изданные в периодической научной литературе) для более детального понимания вопросов, озвученных на лекции.

При самостоятельной проработке курса обучающиеся должны:

- просматривать основные определения и факты;
- повторить законспектированный на лекционном занятии материал и дополнить его с учетом рекомендованной по данной теме литературы;
- изучить рекомендованную литературу, составлять тезисы, аннотации и конспекты наиболее важных моментов;
- самостоятельно выполнять задания, аналогичные предлагаемым на занятиях;
- использовать для самопроверки материалы фонда оценочных средств.

## 10 Описание материально-технического обеспечения, необходимого для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

### 10.1 Учебно-лабораторное оборудование

Таблица 8— Перечень оборудования лаборатории

Аудитория	Наименование аудитории (лаборатории)	Используемое оборудование
133/2	Межфакультетская учебно-научная лаборатория раз-рушающих методов кон-троля (механических испы-таний).	<p>Помещение оснащено: специализированной (учебной) мебелью (столы, стулья, доска маркерная, доска меловая);</p> <p>6ПЭВМ:</p> <p>2 персональных компьютеров Intel(R) Core(TM) i3-4130 CPU @ 3.40GHz, 1 персон-альный компьютер Intel(R) Core(TM) i3-2370M CPU @ 2.40GHz, 1 персональный ком-пьютер Intel(R) Core(TM) i3-2120 CPU @ 3.30GHz; 1 персональный компьютер Intel(R) Pentium(R) 4 CPU 3.20GHz, 1 персональный компьютер AMD E1-1200 APU with Radeon(tm) HD Graphics;</p> <p>1 LED-телевизор DEXP 60” и ПЭВМ для де-монстрации визуального материала;</p> <p>программный комплекс Zetlab; акселерометр BC 110;</p> <p>усилитель аналогового сигнала; весы; линейка; ударный молоток 8202; лабораторный акусти-ко-эмиссионный комплекс на базе промыш-ленной ЭВМ с усилителями и преобразовате-лями; испытательный пресс ИП-100М-авто; испытательный пресс ИП-2500-М-авто; испы-тательная машина 3382 INSTRON;</p> <p>установка для проведения испытаний на уста-лость МУИ-6000; маятниковый копер JB-W300;</p> <p>станок для нанесения U- или V-образного кон-центратора; криогенная камера JB-W300;</p>

### 10.2 Технические и электронные средства обучения

При проведении занятий используется аудитория, оборудованная проектором (ста-ционарным или переносным) для отображения презентаций. Кроме того, при проведении лекций и практических занятий необходим компьютер с установленным на нем браузером и программным обеспечением для демонстрации презентаций.

Для реализации дисциплины подготовлены следующие презентации:

- 1 Растяжение-сжатие;
- 2 Сдвиг;
- 3 Кручение;
- 4 Геометрические характеристики плоских сечений;
- 5 Изгиб.

### **Практические занятия.**

Аудитории для практических занятий укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения (проектор, экран, компьютер/ноутбук).

### **Лабораторные занятия.**

Для лабораторных занятий используется аудитория №133 корпус 2, оснащенная оборудованием, указанным в табл. 8:

### **Самостоятельная работа.**

Помещения для самостоятельной работы оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и доступом к электронной информационно-образовательной среде КНАГУ:

- читальный зал НТБ КНАГУ;
- компьютерные классы (ауд. 225 корпус № 3).

## **11 Иные сведения**

### **Методические рекомендации по обучению лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов**

Освоение дисциплины обучающимися с ограниченными возможностями здоровья может быть организовано как совместно с другими обучающимися, так и в отдельных группах. Предполагаются специальные условия для получения образования обучающимися с ограниченными возможностями здоровья.

Профессорско-педагогический состав знакомится с психолого-физиологическими особенностями обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, индивидуальными программами реабилитации инвалидов (при наличии). При необходимости осуществляется дополнительная поддержка преподавания тьюторами, психологами, социальными работниками, прошедшими подготовку ассистентами.

В соответствии с методическими рекомендациями Минобрнауки РФ (утв. 8 апреля 2014 г. N АК-44/05вн) в курсе предполагается использовать социально-активные и рефлексивные методы обучения, технологии социокультурной реабилитации с целью оказания помощи в установлении полноценных межличностных отношений с другими студентами, создании комфортного психологического климата в студенческой группе. Подбор и разработка учебных материалов производятся с учетом предоставления материала в различных формах: аудиальной, визуальной, с использованием специальных технических средств и информационных систем.

Освоение дисциплины лицами с ОВЗ осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения (персонального и коллективного использования). Материально-техническое обеспечение предусматривает приспособление аудиторий к нуждам лиц с ОВЗ.

Форма проведения аттестации для студентов-инвалидов устанавливается с учетом индивидуальных психофизических особенностей. Для студентов с ОВЗ предусматривается доступная форма предоставления заданий оценочных средств, а именно:

- в печатной или электронной форме (для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата);
- в печатной форме или электронной форме с увеличенным шрифтом и контрастностью (для лиц с нарушениями слуха, речи, зрения);
- методом чтения ассистентом задания вслух (для лиц с нарушениями зрения).

Студентам с инвалидностью увеличивается время на подготовку ответов на контрольные вопросы. Для таких студентов предусматривается доступная форма предоставления ответов на задания, а именно:

- письменно на бумаге или набором ответов на компьютере (для лиц с нарушениями слуха, речи);

- выбором ответа из возможных вариантов с использованием услуг ассистента (для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата);
- устно (для лиц с нарушениями зрения, опорно-двигательного аппарата).

При необходимости для обучающихся с инвалидностью процедура оценивания результатов обучения может проводиться в несколько этапов.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ<sup>2</sup>**  
по дисциплине

**Сопротивление материалов**

Направление подготовки	<i>08.05.01 "Строительство уникальных зданий и сооружений"</i>
Направленность (профиль) образовательной программы	<i>Строительство высотных и большепролетных зданий и сооружений</i>
Квалификация выпускника	<i>инженер-строитель</i>
Год начала подготовки (по учебному плану)	<i>2019</i>
Форма обучения	<i>очная</i>
Технология обучения	<i>традиционная</i>

Курс	Семестр	Трудоемкость, з.е.
2	4	5

Вид промежуточной аттестации	Обеспечивающее подразделение
<i>Зачет с оценкой</i>	<i>Кафедра «АС - Авиастроение»</i>

<sup>2</sup>В данном приложении представлены типовые оценочные средства. Полный комплект оценочных средств, включающий все варианты заданий (тестов, контрольных работ и др.), предлагаемых обучающемуся, хранится на кафедре в бумажном и электронном виде.

## 1 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами образовательной программы

Таблица 1 – Компетенции и индикаторы их достижения

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения	Планируемые результаты обучения по дисциплине
Универсальные		
Общепрофессиональные		
ОПК-1 Способен решать прикладные задачи строительной отрасли, используя теорию и методы фундаментальных наук	ОПК-1.1. Знает теорию и основные законы в области естественнонаучных и общеинженерных дисциплин ОПК-1.2. Умеет выявлять и классифицировать физические и химические процессы, протекающие на объекте профессиональной деятельности, решать инженерные задачи с помощью математического аппарата ОПК-1.3. Владеет навыками решения типовых инженерных задач на основе теоретических исследований, обработки расчетных и экспериментальных данных вероятностно-статистическими методами	<b>Знать:</b> знать основные понятия и гипотезы, используемые в курсе «Сопротивление материалов», теоретические положения, лежащие в основе расчетов на прочность, жёсткость и устойчивость элементов конструкций; знать виды простого и сложного сопротивления элементов конструкций, основы проведения расчетов элементов конструкций при сложных видах сопротивления, а также в условиях циклического характера нагружения изделий. <b>Уметь:</b> уметь ориентироваться в выборе расчетных схем элементов конструкций; проводить расчеты на прочность, жёсткость и устойчивость стержневых систем <b>Владеть:</b> владеть навыками проведения инженерных расчетов на прочность и жесткость стержневых систем, работающих на растяжение и сжатие, сдвиг, кручение, изгиб; навыками выбора оптимальных размеров и форм поперечных сечений стержней, обеспечивающих требуемые показатели надежности, безопасности и экономичности.
Профессиональные		



Таблица 2 – Паспорт фонда оценочных средств

Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Формируемая компетенция	Наименование оценочного средства	Показатели оценки
4 семестр <i>Промежуточная аттестация в форме зачета с оценкой</i>			
Растяжение и сжатие	ОПК-1	РГР (задача 1)	Определяет внутренние силовые факторы. Строит эпюры сил, напряжений, деформаций и перемещений в брус. Определяет коэффициент запаса прочности, работу внешних сил и потенциальную энергию деформирования. Оценивает прочность стержня.
Геометрические характеристики поперечных сечений	ОПК-1	РГР (задача 2)	Определяет положение центра тяжести поперечного сечения. Определяет величины осевых и центробежного моментов и нерции относительно осей, проходящих через центр тяжести сечения. Определяет положение главных центральных осей, моменты инерции относительно главных центральных осей.
Кручение	ОПК-1	РГР (задача 3)	Определяет внутренние силовые факторы. Определяет коэффициент запаса прочности, оценивает прочность вала. В случае необходимости проводит проектный расчет. Строит эпюры крутящих моментов, максимальных касательных напряжений, угла закручивания.
Изгиб	ОПК-1	РГР (задача 4)	Определяет внутренние силовые факторы. Проводит проектный расчет из условия прочности по нормальным, касательным и главным напряжениям. Вычисляет прогиб и угол поворота сечения балки.

## 2 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, представлены в виде технологической карты дисциплины (таблица 3).

Таблица 3 – Технологическая карта

	Наименование оценочного средства	Сроки выполнения	Шкала оценивания	Критерии оценивания
<i>Промежуточная аттестация в форме «Зачет с оценкой»</i>				
1	РГР (задача 1)	4 неделя	20 баллов	<p>20 баллов - Студент полностью выполнил задание, показал отличные умения и навыки в рамках усвоенного учебного материала, контрольная работа оформлена аккуратно и в соответствии с предъявляемыми требованиями.</p> <p>16 баллов - Студент полностью выполнил задание, показал хорошие умения навыки в рамках усвоенного учебного материала, но не смог обосновать оптимальность предложенного решения, допущены одна или две неточности, есть недостатки в оформлении.</p> <p>10 баллов - Студент полностью выполнил задание, но допустил существенные неточности и грубые ошибки, не проявил умения правильно интерпретировать полученные результаты, качество оформления имеет недостаточный уровень.</p> <p>0 баллов - Студент не полностью выполнил задание, при этом проявил недостаточный уровень умений и навыков, а также неспособен пояснить полученный результат.</p>
2	РГР (задача 2)	6 неделя	20 баллов	<p>20 баллов - Студент полностью выполнил задание, показал отличные умения и навыки в рамках усвоенного учебного материала, контрольная работа оформлена аккуратно и в соответствии с предъявляемыми требованиями.</p> <p>16 баллов - Студент полностью выполнил задание, показал хорошие умения навыки в рамках усвоенного учебного материала, но не смог обосновать оптимальность предложенного решения, допущены одна или две неточности, есть недостатки в оформлении.</p>

	<b>Наименование оценочного средства</b>	<b>Сроки выполнения</b>	<b>Шкала оценивания</b>	<b>Критерии оценивания</b>
				<p>10 баллов - Студент полностью выполнил задание, но допустил существенные неточности и грубые ошибки, не проявил умения правильно интерпретировать полученные результаты, качество оформления имеет недостаточный уровень.</p> <p>0 баллов - Студент не полностью выполнил задание, при этом проявил недостаточный уровень умений и навыков, а также неспособен пояснить полученный результат.</p>
3	РГР (задача 3)	8 неделя	20 баллов	<p>20 баллов - Студент полностью выполнил задание, показал отличные умения и навыки в рамках усвоенного учебного материала, контрольная работа оформлена аккуратно и в соответствии с предъявляемыми требованиями.</p> <p>16 баллов - Студент полностью выполнил задание, показал хорошие умения навыки в рамках усвоенного учебного материала, но не смог обосновать оптимальность предложенного решения, допущены одна или две неточности, есть недостатки в оформлении.</p> <p>10 баллов - Студент полностью выполнил задание, но допустил существенные неточности и грубые ошибки, не проявил умения правильно интерпретировать полученные результаты, качество оформления имеет недостаточный уровень.</p> <p>0 баллов - Студент не полностью выполнил задание, при этом проявил недостаточный уровень умений и навыков, а также неспособен пояснить полученный результат.</p>
4	РГР (задача 4)	12 неделя	20 баллов	<p>20 баллов - Студент полностью выполнил задание, показал отличные умения и навыки в рамках усвоенного учебного материала, контрольная работа оформлена аккуратно и в соответствии с предъявляемыми требованиями.</p> <p>16 баллов - Студент полностью выполнил задание, показал хорошие умения навыки в рамках усвоенного учебного материала, но не смог обосновать оптимальность предложенного решения, допущены одна или две неточности, есть недостатки в оформлении.</p> <p>10 баллов - Студент полностью выпол-</p>

	Наименование оценочного средства	Сроки выполнения	Шкала оценивания	Критерии оценивания
				<i>нил задание, но допустил существенные неточности и грубые ошибки, не проявил умения правильно интерпретировать полученные результаты, качество оформления имеет недостаточный уровень. 0 баллов - Студент не полностью выполнил задание, при этом проявил недостаточный уровень умений и навыков, а также неспособен пояснить полученный результат.</i>
	ИТОГО:		80	
<b>Критерии оценки результатов обучения по дисциплине:</b> 0 – 64 % от максимально возможной суммы баллов – «неудовлетворительно» (недостаточный уровень для промежуточной аттестации по дисциплине); 65 – 74 % от максимально возможной суммы баллов – «удовлетворительно» (пороговый (минимальный) уровень); 75 – 84 % от максимально возможной суммы баллов – «хорошо» (средний уровень); 85 – 100 % от максимально возможной суммы баллов – «отлично» (высокий (максимальный) уровень)				

### 3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций в ходе освоения образовательной программы

#### 3.1 Задания для текущего контроля успеваемости

##### а. Задания для текущего контроля успеваемости

В течение 4-го семестра студенты должны выполнить одну расчетно-графическую работу, состоящую из 4-х задач.

Задачи выдаются из учебного пособия: Г.С. Лейзерович, В.С. Симонов Руководство к самостоятельной работе по сопротивлению материалов. Выбор варианта задания производится самим студентом по начальным буквам своей фамилии, имени и отчества по таблицам, которые приводятся к каждой задаче. Примеры выполнения заданий содержатся в Приложении 2.

#### Расчетно-графическая работа

##### Задача № 1

Тема задачи: «Растяжение и сжатие».

##### Задача №2

Тема задачи: «Кручение стержня круглого поперечного сечения»

##### Задача №3

Тема задачи: «Геометрические характеристики плоских сечений».

##### Задача №4

Тема задачи: «Прямой поперечный изгиб».

**Примечание:** На усмотрение ведущего преподавателя допускается выдавать задания, аналогичные по тематике и трудоёмкости, из других учебно-методических пособий.

## Вопросы к защите РГР

- 1) Какие характеристики отражают прочность материала?
- 2) Какие образцы применяют при испытании на разрыв?
- 3) Какие параметры характеризуют пластичность материала?
- 4) Чем отличается диаграмма истинных напряжений от диаграммы условных напряжений?
- 5) Как определить по диаграмме упругую и пластичную деформации?
- 6) Какие механические характеристики можно определить при сжатии стали, дuralюмина, чугуна?
- 7) Чем объясняется бочкообразная форма стального образца?
- 8) Что называется пределом текучести материала при сжатии?
- 9) Что называется пределом прочности материала при сжатии?
- 10) Чем отличаются диаграммы сжатия хрупких и пластичных материалов?
- 11) Почему разрушение при сжатии хрупкого материала происходит по площадкам, расположенным под углом  $45^{\circ}$  к линии действия сжимающей нагрузки?
- 12) Какое свойство материала характеризует модуль сдвига?
- 13) Какая зависимость существует между углом закручивания и крутящим моментом?
- 14) Влияет ли на значение угла закручивания расстояние между сечениями, относительный (взаимный) угол поворота которых определяется?
- 15) Каким образом с помощью индикатора, измеряющего линейные перемещения в лабораторной работе определяется угол закручивания?
- 16) Для чего до начала отсчета по шкале индикатора дается предварительное нагружение?
- 17) Почему и каким значением ограничивается максимальный крутящий момент?
- 18) Какую закономерность можно установить, нагружая образец в несколько раз, увеличивая нагрузку при каждой ступени нагружения на одну и ту же величину?
- 19) Какие значения может принимать коэффициент Пуассона?
- 20) Что характеризует модуль упругости  $E$ ?
- 21) Какой физический смысл имеет модуль упругости  $E$ ?
- 22) Каким соотношением связаны между собой упругие характеристики материала?
- 23) С какой целью принята попарная установка механических тензометров?
- 24) Какой изгиб называется плоским?
- 25) Приведите основное дифференциальное уравнение плоского изгиба.
- 26) Из каких условий определяются постоянные интегрирования и дифференциального уравнения изгиба?
- 27) Что изменилось бы в теоретическом вычислении прогиба, если бы балка имела два участка, размеры поперечных сечений которых были бы различными?
- 28) Как связана форма изогнутой оси балки со знаком изгибающего момента?
- 29) Какой характер имела бы упругая линия испытываемой балки, если бы подвеска с грузами была установлена в середине длины балки?
- 30) Какая связь между прогибом и углом поворота сечения?
- 31) Какой изгиб называется плоским?
- 32) Приведите основное дифференциальное уравнение плоского изгиба.
- 33) Из каких условий определяются постоянные интегрирования и дифференциального уравнения изгиба?

- 34) Что изменилось бы в теоретическом вычислении прогиба, если бы балка имела два участка, размеры поперечных сечений которых были бы различными ?
- 35) Как связана форма изогнутой оси балки со знаком изгибающего момента?
- 36) Какой характер имела бы упругая линия испытываемой балки, если бы подвеска с грузами была установлена в середине длины балки?
- 37) Какая связь между прогибом и углом поворота сечения?

#### Тест для входного контроля

##### 1. Что называется силой?

- а) Давление одного тела на другое
- б) Мера воздействия одного тела на другое
- в) Величина взаимодействия между телами
- г) Мера взаимосвязи между телами (объектами)

##### 2. Назовите единицу измерения силы?

- а) Паскаль
- б) Ньютон
- в) Герц
- г) Джоуль

##### 3. Чем нельзя определить действие силы на тело?

- а) числовым значением (модулем)
- б) направлением
- в) точкой приложения
- г) геометрическим размером

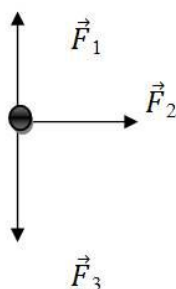
##### 4. Какой прибор служит для статического измерения силы?

- а) амперметр
- б) гироскоп
- в) динамометр
- г) силомер

##### 5. Какая система сил называется уравновешенной?

- а) Две силы, направленные по одной прямой в разные стороны
- б) Две силы, направленные под углом  $90^\circ$  друг к другу
- в) Несколько сил, сумма которых равна нулю
- г) Система сил, под действием которых свободное тело может находиться в покое

##### 6. Чему равна равнодействующая трёх приложенных к телу сил, если $F_1=F_2=F_3=10\text{кН}$ ? Куда она направлена?



- а) 30 кН, вправо
- б) 30 кН, влево
- в) 10 кН, вправо
- г) 20 кН, вниз

##### 7. Какого способа не существует при сложении сил, действующих на тело?

- а) геометрического
- б) графического
- в) тензорного

г) аналитического

8. Две силы  $F_1=30\text{Н}$  и  $F_2=40\text{Н}$  приложены к телу под углом  $90^\circ$  друг другу. Чему равна их равнодействующая?

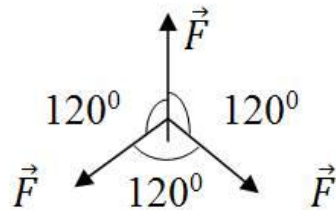
а) 70Н

б) 10Н

в) 50Н

г) 1200Н

9. Чему равна равнодействующая трёх сил, если  $F_1=F_2=F_3=10\text{кН}$ ?



а) 0 кН

б) 10 кН

в) 20 кН

г) 30 кН

10. Что называется моментом силы относительно точки (центра)?

а) Произведение модуля этой силы на время её действия

б) Отношение силы, действующей на тело, к промежутку времени, в течение которого эта сила действует

в) Произведение силы на квадрат расстояния до точки (центра)

г) Произведение силы на кратчайшее расстояние до этой точки (центра)

11. Когда момент силы считается положительным?

а) Когда под действием силы тело движется вперёд

б) Когда под действием силы тело вращается по ходу часовой стрелки

в) Когда под действием силы тело движется назад

г) Когда под действием силы тело вращается против хода часовой стрелки

12. Что называется центром тяжести?

а) Это точка, в которой может располагаться масса тела

б) Это точка, через которую проходит равнодействующая сил тяжести, действующих на частицы данного тела

в) Это точка приложения силы тяжести

г) Это точка, в которой совпадают центр симметрии тела и центра тяжести тела

13. Какое тело считается свободным?

а) Имеющее одну точку опоры

б) Находящееся в равновесии

в) На которое не наложены связи

г) Если равнодействующая всех сил равна нулю

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

### Пример выполнения заданий РГР

#### Задание 1 РГР

**Пример 1.** Стальной стержень (модуль Юнга  $E = 2 \cdot 10^4$  кН/см<sup>2</sup>) с размерами  $a = 200$  см;  $b = 150$  см,  $c = 100$  см и площадью поперечного сечения нижнего участка  $F_n = F = 10$  см<sup>2</sup>, а верхнего –  $F_g = 2F = 20$  см<sup>2</sup> нагружен внешними осевыми силами  $P_1 = 100$  кН и  $P_2 = 300$  кН (рис. 1). Построить эпюры продольных сил  $N$  и нормальных напряжений  $\sigma_z$ . Оценить прочность стержня, если предельное напряжение (предел текучести)  $\sigma_m = 24$  кН/см<sup>2</sup>, а допускаемый коэффициент запаса  $[k] = 1,5$ . Найти удлинение стержня  $\Delta l$ .

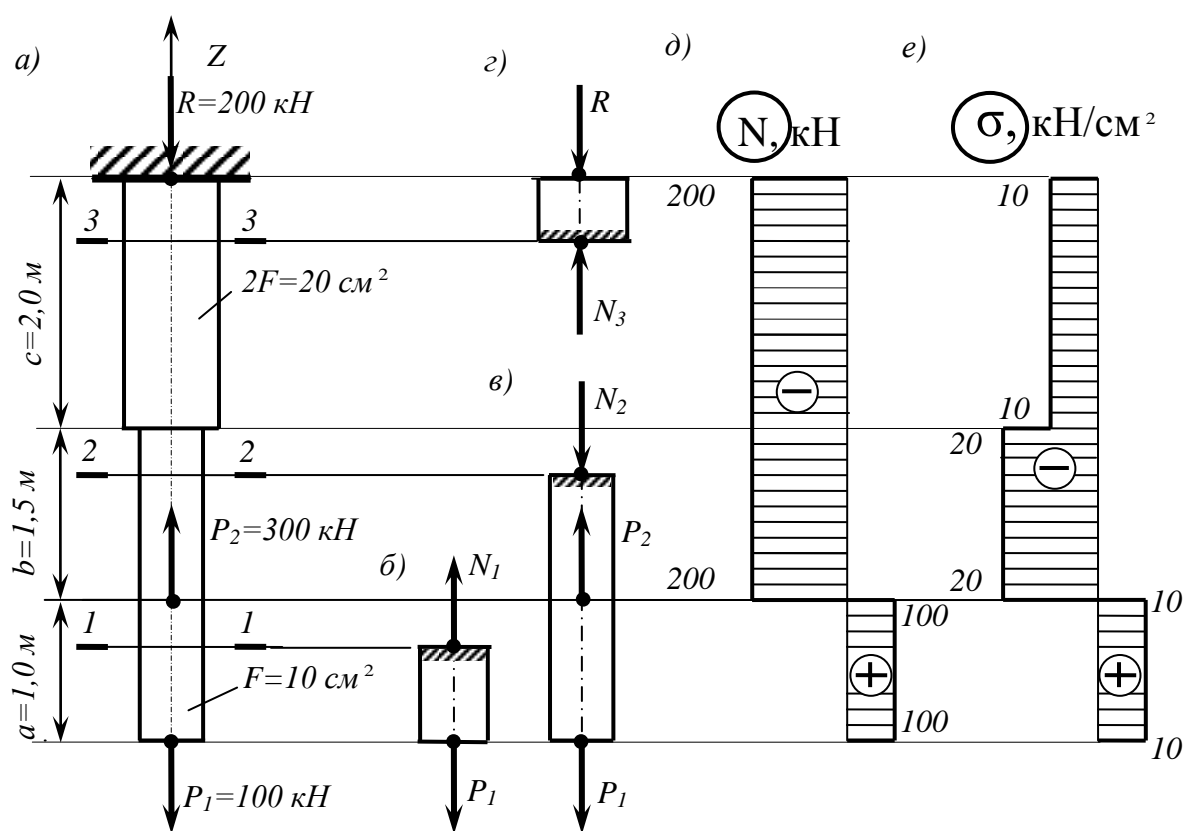


Рис. 1

**Решение.**

1. Определяем значение опорной реакции  $R$ , возникающей в заделке.

Учитывая, что  $P_2 > P_1$ , направим опорную реакцию  $R$  вниз. Тогда из уравнения равновесия  $\sum Z = 0$  находим:

$$-R + P_2 - P_1 = 0; \quad R = P_2 - P_1 = 300 - 100 = 200 \text{ кН.}$$

2. Строим эпюру продольных сил  $N$ .

Разбиваем длину стержня на три участка (рис. 1, а). Границами участков являются те сечения, в которых приложены внешние силы и (или) изменяется размер поперечного сечения стержня.



Воспользуемся методом сечений (РОЗУ). Делаем по одному сечению в *произвольном* месте каждого из трех участков стержня.

Начнем с сечения  $1 - 1$ . Отбросим (или закроем листком бумаги) верхнюю часть стержня (рис. 1, б). Само сечение  $1 - 1$  мысленно считаем *неподвижным*. Мы видим, что *внешняя* сила  $P_1$  *растягивает* рассматриваемую нижнюю часть стержня. Отброшенная нами верхняя часть стержня противодействует этому *растяжению*. Это противодействие мы заменим *внутренней* продольной силой  $N_1$ , направленной от сечения и соответствующей растяжению. Разрушения стержня не произойдет только в том случае, если возникающая в сечении  $1 - 1$  внутренняя продольная сила  $N_1$  *уравновесит* внешнюю силу  $P_1$ . Поэтому очевидно, что

$$N_1 = P_1 = 100 \text{ кН.}$$

Переходим к сечению  $2 - 2$  (рис. 1, в). Внешняя сила  $P_1$  растягивает рассматриваемую нами нижнюю часть стержня, а сила  $P_2$  ее сжимает (напомним, что  $2 - 2$  мы мысленно считаем *неподвижным*). Причем, согласно условию задачи,  $P_2 > P_1$ . Чтобы уравновесить эти две силы, в сечении  $2 - 2$  должна возникнуть внутренняя сила  $N_2$ , противодействующая *сжатию*, то есть направленная к сечению. Она равна:

$$N_2 = P_2 - P_1 = 300 - 100 = 200 \text{ кН.}$$

Делаем сечение  $3 - 3$  (рис. 1, г). Отбросим теперь часть стержня, расположенную ниже этого сечения. Внутренняя продольная сила  $N_3$  должна уравновесить внешнюю (реактивную) *сжимающую* силу  $R$ . Поэтому она направлена к сечению и равна:

$$N_3 = R = 200 \text{ кН.}$$

Легко убедиться в том, что полученный результат не изменится, если мы отбросим не нижнюю, а верхнюю часть стержня. В этом случае продольная сила  $N_3$  также противодействует *сжатию*. Она равна:

$$N_3 = P_2 - P_1 = 300 - 100 = 200 \text{ кН.}$$

При построении эпюры продольных сил  $N$  будем пользоваться следующим правилом знаков: *внутренняя продольная сила, возникающая в поперечном сечении стержня, считается **положительной**, если она противодействует **растяжению** стержня, и **отрицательной**, если она противодействует его **сжатию**.*

Это правило знаков вводится для того, чтобы можно было наглядно видеть, какая часть стержня испытывает деформацию растяжения, а какая часть – деформацию сжатия. Это обстоятельство может оказаться крайне важным, в частности для стержней из хрупкого материала, которые имеют разные допускаемые напряжения на растяжение и на сжатие.

Таким образом, мы установили, что в *любом* сечении нижнего участка стержня внутренняя продольная сила противодействует *растяжению* и равна  $N_1 = +100$  кН. В любом сечении среднего и верхнего участков стержня имеет место деформация *сжатия*, поэтому  $N_2 = N_3 = -200$  кН.

Для построения эпюры продольных сил  $N$  проводим *тонкой* линией ось, параллельную оси стержня  $z$  (рис. 1, д). Вычисленные значения продольных сил в выбранном масштабе и с учетом их знака откладываем от этой вертикальной оси. В пределах каждого из участков стержня продольная сила остается постоянной, поэтому мы как бы «заштриховываем» *горизонтальными* линиями соответствующий участок.

Отметим, что *каждая линия «штриховки» (то есть ордината эпюры) в принятом масштабе дает значение продольной силы в соответствующем поперечном сечении стержня.*

Полученную эпюру обводим *жирной* линией.

Анализируя полученную эпюру, мы видим, что в местах приложения внешних сил на эпюре  $N$  имеет место скачкообразное изменение продольной силы на величину, равную значению соответствующей внешней силы. Причем изменение поперечного размера стержня, как это видно из рис. 1,  $d$ , никак не сказывается на характере эпюры  $N$ .

3. Строим эпюру нормальных напряжений  $\sigma_z$ .

Нормальное напряжение, возникающее в  $k$ -м поперечном сечении стержня при растяжении (сжатии), вычисляется по следующей формуле

$$\sigma_{z_k} = N_k / F_k,$$

где  $N_k$  и  $F_k$  – продольная сила и площадь  $k$ -го поперечного сечения стержня соответственно.

В первом поперечном сечении стержня нормальное напряжение равно

$$\sigma_{z_1} = \frac{N_1}{F_1} = \frac{N_1}{F} = +\frac{100}{10} = +10 \text{ кН/см}^2,$$

во втором –

$$\sigma_{z_2} = \frac{N_2}{F_2} = \frac{N_2}{F} = -\frac{200}{10} = -20 \text{ кН/см}^2,$$

в третьем –

$$\sigma_{z_3} = \frac{N_3}{F_3} = \frac{N_3}{2F} = -\frac{200}{20} = -10 \text{ кН/см}^2.$$

Строим по вычисленным значениям эпюру  $\sigma_z$  (рис. 1,  $e$ ). В пределах каждого из участков стержня напряжения постоянны, то есть эпюра напряжений параллельна оси. Заметим, что в отличие от эпюры  $N$ , на эпюре  $\sigma_z$  «скачок» имеет место не только в местах приложения внешних сил, но и там, где происходит изменение размеров поперечного сечения стержня.

4. Оцениваем прочность стержня.

Сопоставляем *наибольшее* (по модулю) нормальное напряжение  $\sigma_{z_2}$ , которое в нашем примере возникает во втором сечении стержня, с *допускаемым напряжением*  $[\sigma]$ . Напомним, что допускаемое напряжение представляет собой долю от *предельного* напряжения  $\sigma_{np}$ , то есть от напряжения, при котором начинается разрушение материала. Разрушение стали, как *пластичного материала*, начинается при появлении значительных остаточных деформаций. Поэтому для стали предельное напряжение равно пределу текучести:  $\sigma_{np} = \sigma_m$ . Тогда

$$[\sigma] = \sigma_m / k = 24 / 1,5 = 16 \text{ кН/см}^2.$$

Условие прочности имеет вид  $\sigma_z^{\max} \leq [\sigma]$ . В нашем случае

$$\sigma_z^{\max} = |\sigma_{z_2}| = 20 \text{ кН/см}^2 > [\sigma] = 16 \text{ кН/см}^2,$$

следовательно, прочность стержня на втором участке *не обеспечена*.

Таким образом, площадь поперечного сечения стержня на втором участке, равную  $F_2 = F = 10 \text{ см}^2$ , нам необходимо *увеличить*.

Несложный анализ показывает, что на других участках стержня условие прочности выполняется.

Из условия прочности определяем *требуемую* площадь поперечного сечения стержня на втором участке:

$$F_2^{\text{треб}} \geq |N_2| / [\sigma] = 200 / 16 = 12,5 \text{ см}^2.$$

Принимаем на втором участке  $F_2 = 12,5 \text{ см}^2$ .

5. Вычисляем удлинение всего стержня  $\Delta l$ .

При переменных по длине стержня значениях продольной силы и площади поперечного сечения удлинение вычисляется по формуле

$$\Delta l = \sum_k \frac{N_k l_k}{EF_k},$$

где  $E$  – модуль Юнга, а  $l_k$  – длина соответствующего участка стержня.

Тогда

$$\Delta l = \frac{N_1 l_1}{EF_1} + \frac{N_2 l_2}{EF_2} + \frac{N_3 l_3}{EF_3} = \frac{100 \cdot 100}{2 \cdot 10^4 \cdot 10} - \frac{200 \cdot 150}{2 \cdot 10^4 \cdot 12,5} - \frac{200 \cdot 200}{2 \cdot 10^4 \cdot 20} = -0,17 \text{ см.}$$

Таким образом, длина стержня уменьшается на 1,7 мм.

### Задание 2 РГР

**Пример 2.** Для составного поперечного сечения стержня, состоящего из равнобокого уголка № 7 с толщиной стенки 8 мм, швеллера № 22 и полосы 180×20 мм (рис. 2), требуется найти положение центра тяжести сечения, направление главных центральных осей инерции  $u$  и  $v$ , а также вычислить главные центральные моменты инерции  $I_{\max}$  и  $I_{\min}$ .

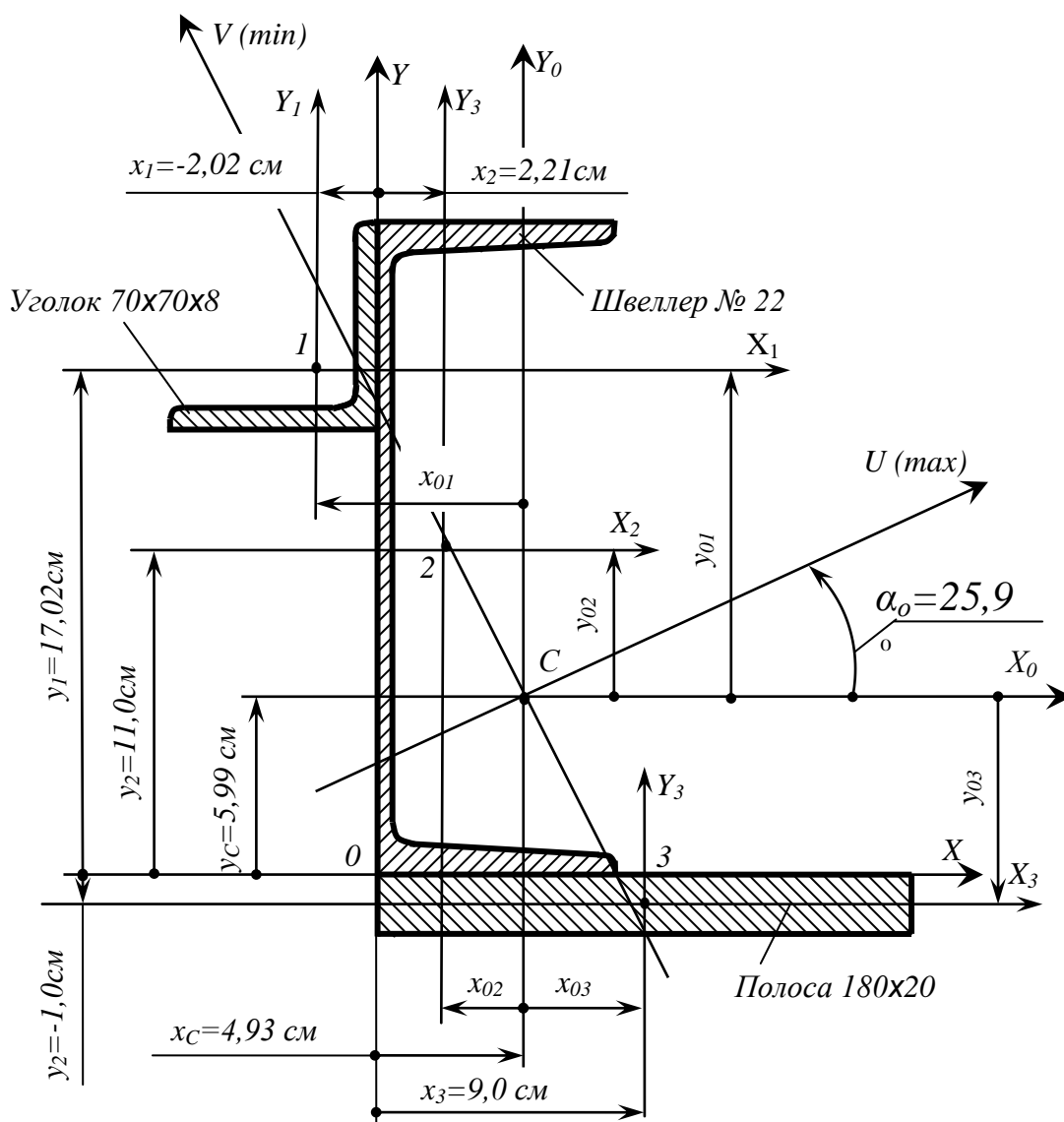


Рис. 2

**Решение.**

1. Определяем координаты центра тяжести поперечного сечения.

Размеры и геометрические характеристики уголка и швеллера устанавливаем по сортаментам. Вычерчиваем сечение в масштабе (см. рис. 2). Выбираем *оси сравнения*  $x$  и  $y$ , располагая их по контуру швеллера. Именно в этих осях мы и будем определять положение центра тяжести всего сечения. Для каждого элемента сечения (уголка, швеллера и полосы) проводим *собственные* центральные оси  $x_i, y_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ), параллельные выбранным осям сравнения  $x$  и  $y$ .

Координаты центра тяжести всего поперечного сечения (точка  $C$ ), состоящего из трех элементов (уголка – 1, швеллера – 2 и полосы – 3), вычисляются по формулам:

$$x_c = \frac{S_y}{F} = \frac{S_{y1} + S_{y2} + S_{y3}}{F_1 + F_2 + F_3} = \frac{F_1 x_1 + F_2 x_2 + F_3 x_3}{F_1 + F_2 + F_3};$$

$$y_c = \frac{S_x}{F} = \frac{S_{x1} + S_{x2} + S_{x3}}{F_1 + F_2 + F_3} = \frac{F_1 y_1 + F_2 y_2 + F_3 y_3}{F_1 + F_2 + F_3};$$

где  $S_{yi}$  и  $S_{xi}$  – статические моменты соответствующего элемента относительно осей сравнения;  $F_i$  – площадь элемента;  $x_i$  и  $y_i$  – координаты центра тяжести элемента  $C_i$  в осях сравнения. Вычисления производим в табличной форме (табл. 2).

Таблица 2

Определение координат центра тяжести поперечного сечения

Номер элемента	Наименование элемента	Площадь элемента $F_i, \text{см}^2$	Координаты центра тяжести элемента $C_i$		Статические моменты элемента относительно осей сравнения $S_{yi}$ и $S_{xi}$	
			$x_i, \text{см}$	$y_i, \text{см}$	$S_{yi} = F_i x_i, \text{см}^3$	$S_{xi} = F_i y_i, \text{см}^3$
1	Уголок	10,67	-2,02	17,02	-21,55	181,60
2	Швеллер	26,70	2,21	11,00	59,01	293,70
3	Полоса	36,00	9,00	-1,00	324,00	-36,00
$\Sigma$	Все сечение	73,37			361,46	439,30

Координаты центра тяжести поперечного сечения (точка  $C$ ) в осях сравнения  $x$ ,  $y$ :

$$x_c = \frac{S_y}{F} = \frac{361,46}{73,37} = 4,93 \text{ см}; \quad y_c = \frac{S_x}{F} = \frac{439,30}{73,37} = 5,99 \text{ см}.$$

По найденным значениям  $x_c$  и  $y_c$  отмечаем на чертеже центр тяжести всего сечения точку  $C$  (см. рис. 2) и проводим *центральные* оси  $x_0$  и  $y_0$ .

Заметим, что центр тяжести всей фигуры должен располагаться внутри треугольника, вершинами которого являются центры тяжести элементов поперечного сечения.

2. Вычисляем моменты инерции всего поперечного сечения относительно центральных осей  $x_0$  и  $y_0$ .

Осевые и центробежный моменты инерции сечения относительно центральных осей определяются по следующим формулам:

$$I_{x_0} = \left( I_{x_1} + y_{01}^2 F_1 \right) + \left( I_{x_2} + y_{02}^2 F_2 \right) + \left( I_{x_3} + y_{03}^2 F_3 \right);$$

$$I_{y_0} = \left( I_{y_1} + x_{01}^2 F_1 \right) + \left( I_{y_2} + x_{02}^2 F_2 \right) + \left( I_{y_3} + x_{03}^2 F_3 \right);$$

$$I_{x_0 y_0} = \left( I_{x_1 y_1} + x_{01} y_{01} F_1 \right) + \left( I_{x_2 y_2} + x_{02} y_{02} F_2 \right) + \left( I_{x_3 y_3} + x_{03} y_{03} F_3 \right);$$

Значения осевых моментов инерции уголка  $I_{x_1}$ ,  $I_{y_1}$  и швеллера  $I_{x_2}$ ,  $I_{y_2}$  относительно *собственных* центральных осей  $x_i$  и  $y_i$  определяем по сортамент. Для полосы осевые моменты инерции соответственно равны:

$$I_{x_3} = \frac{18 \cdot 2^3}{12} = 12 \text{ см}^4; \quad I_{y_3} = \frac{18^3 \cdot 2}{12} = 972 \text{ см}^4.$$

Центробежные моменты инерции швеллера  $I_{x_2 y_2}$  и полосы  $I_{x_3 y_3}$  равны нулю, поскольку их собственные центральные оси являются осями симметрии.

Центробежный момент инерции уголка  $I_{x_1 y_1}$  относительно собственных центральных осей  $x_1$  и  $y_1$  вычисляется по формуле

$$I_{x_1 y_1} = \pm \frac{1}{2} (I_{\max} - I_{\min}),$$

где  $I_{\max}$  и  $I_{\min}$  – максимальный и минимальный главные моменты инерции уголка соответственно. По сортаменту (см. прил. 1) находим, что  $I_{\max} = 76,35 \text{ см}^4$ , а  $I_{\min} = 19,97 \text{ см}^4$ .

Центробежный момент инерции уголка *не равен нулю*, поскольку оси  $x_1$  и  $y_1$  не являются для него главными центральными осями инерции (главные центральные оси для равнобокого уголка повернуты относительно осей  $x_1$  и  $y_1$  на угол  $45^\circ$ ).

Знак центробежного момента инерции уголка (как, впрочем, и для любой другой фигуры) зависит от *направления* координатных осей. Он легко определяется следующим образом. Согласно определению, центробежный момент инерции фигуры равен интегралу, в котором элементарная площадка  $dF$  умножается на произведение расстояний от этой площадки до координатных осей. Мысленно разделим уголок на три площади, расположенные, в нашем случае, в первом, третьем и четвертом квадрантах. Эти площади, в свою очередь, разобьем на элементарные площадки. Видно, что для элементарных площадок, расположенных в первом и третьем квадрантах, расстояния от элементарных площадок до координатных осей имеют одинаковый знак. Поэтому при интегрировании по площади, расположенной в этих квадрантах, мы получим знак «плюс». В четвертом квадранте расстояния от площадок до координатных осей имеют разные знаки, что при интегрировании даст знак «минус». Очевидно, что, суммируя полученные результаты, мы, в итоге, получим положительное значение центробежного момента инерции уголка. Следовательно,

$$I_{x_1 y_1} = + \frac{1}{2} (76,35 - 19,97) = 28,19 \text{ см}^4.$$

Теперь определяем координаты центров тяжести отдельных элементов  $C_i$  в центральных осях  $x_0$  и  $y_0$ :

для уголка

$$x_{01} = x_1 - x_c = -2,02 - 4,93 = -6,95 \text{ см};$$

$$y_{01} = y_1 - y_c = 17,02 - 5,99 = 11,03 \text{ см};$$

для швеллера

$$x_{02} = x_2 - x_c = 2,21 - 4,93 = -2,72 \text{ см};$$

$$y_{02} = y_2 - y_c = 11,00 - 5,99 = 5,01 \text{ см};$$

для полосы

$$x_{03} = x_3 - x_c = 9,00 - 4,93 = 4,07 \text{ см};$$

$$y_{03} = y_3 - y_c = -1,00 - 5,99 = -6,99 \text{ см}.$$

Дальнейшие вычисления моментов инерции всего поперечного сечения относительно центральных осей  $x_0$  и  $y_0$  производим в табличной форме (табл. 3).

Определение моментов инерции сечения относительно центральных осей  $x_0$  и  $y_0$

Таблица 3

Номер элемента	Наименование элемента	Площадь элемента $F_i$ , см <sup>2</sup>	Моменты инерции относительно собственных центральных осей $x_i$ и $y_i$			Координаты центра тяжести в осях $x_0$ и $y_0$	
			$I_{x_i}$ , см <sup>4</sup>	$I_{y_i}$ , см <sup>4</sup>	$I_{x_i y_i}$ , см <sup>4</sup>	$x_{0i}$ , см	$y_{0i}$ , см
1	Уголок	10,67	48,16	48,16	28,19	-6,95	11,03
2	Швеллер	26,70	2110,00	151,00	0	-2,72	5,01
3	Полоса	36,00	12,00	972,00	0	4,07	-6,99
Σ	Все сечение	73,37					

Продолжение табл. 3

Наименование элемента	"Переносные" моменты инерции, см <sup>4</sup>			Моменты инерции относительно центральных осей $x_c$ и $y_c$ , см <sup>4</sup>		
	$x_{0i}^2 F_i$	$y_{0i}^2 F_i$	$x_{0i} y_{0i} F_i$	$I_{x_i} + y_{0i}^2 F_i$	$I_{y_i} + x_{0i}^2 F_i$	$I_{x_i y_i} + x_{0i} y_{0i} F_i$
Уголок	515,39	1298,12	-817,95	1346,28	563,55	-789,76
Швеллер	197,54	670,17	-363,85	2780,17	348,54	-363,85
Полоса	596,34	1758,96	-1024,17	1770,96	1568,34	-1024,17
Все сечение				5897,41	2480,43	-2177,78

После округления вычисленных значений моментов инерции до *трех* значащих цифр, окончательно, получим

$$I_{x_0} = 5900 \text{ см}^4; \quad I_{y_0} = 2480 \text{ см}^4; \quad I_{x_0 y_0} = -2180 \text{ см}^4.$$

3. Определяем положение *главных* центральных осей инерции *и* и *ν*.

Угол наклона *главных* центральных осей *и* и *ν* к центральным осям  $x_0$  и  $y_0$  соответственно определяем из следующей формулы:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2I_{x_0 y_0}}{I_{x_0} - I_{y_0}} = -\frac{-2 \cdot 2180}{5900 - 2480} = 1,27.$$

Отсюда находим, что  $2\alpha_0 = 51,8^\circ$  и  $\alpha_0 = 25,9^\circ$ .

Откладываем *положительное* значение угла  $\alpha_0$  от оси  $x_0$  *против* хода часовой стрелки и проводим *главные* центральные оси *и* и *ν* (см. рис. 2).

Ось, относительно которой момент инерции *максимален*, составляет меньший угол с той из центральных осей  $x_0$  или  $y_0$ , относительно которой осевой момент больше. Поскольку  $I_{x_0} = 5900 \text{ см}^4$  больше, чем  $I_{y_0} = 2480 \text{ см}^4$ , ось *и* является осью относительно которой момент инерции сечения *максимален*, то есть ось *и* – ось *max*. Соответственно, ось *ν* является осью *min*.

4. Вычисляем значения *главных* центральных моментов инерции  $I_{\max}$  и  $I_{\min}$  для заданного поперечного сечения.

Значения *главных* центральных моментов инерции всей фигуры определяются по формуле

$$I_{\max, \min} = \frac{I_{x_0} + I_{y_0}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(I_{x_0} - I_{y_0})^2 + 4I_{x_0 y_0}^2}.$$

Тогда

$$I_{\max, \min} = \frac{5900 + 2480}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(5900 - 2480)^2 + 4 \cdot 2180^2} = 4190 \pm 2770 \text{ см}^4;$$

$$I_{\max} = I_u = 4190 + 2770 = 6960 \text{ см}^4; \quad I_{\min} = I_v = 4190 - 2770 = 1420 \text{ см}^4.$$

Контролем правильности *последних* вычислений может служить следующее условие:

$$I_{x_0} + I_{y_0} = I_{\max} + I_{\min}.$$

Имеем

$$5900 + 2480 = 6960 + 1420, \quad 7380 = 7380.$$

### Задание 3 РГР

**Пример 3.** К стальному валу постоянного поперечного сечения (рис. 3) приложены четыре внешних скручивающих момента:  $M_1 = 1,5 \text{ кН}\cdot\text{м}$ ;  $M_2 = 5,5 \text{ кН}\cdot\text{м}$ ;  $M_3 = 3,2 \text{ кН}\cdot\text{м}$ ;  $M_4 = 1,8 \text{ кН}\cdot\text{м}$ . Длины участков стержня:  $a = 1,5 \text{ м}$ ;  $b = 2 \text{ м}$ ;  $c = 1 \text{ м}$ ;  $d = 1,2 \text{ м}$ . Требуется: построить эпюру крутящих моментов, определить диаметр вала при  $[\tau] = 8 \text{ кН}/\text{см}^2$  и построить эпюру углов закручивания поперечных сечений стержня.



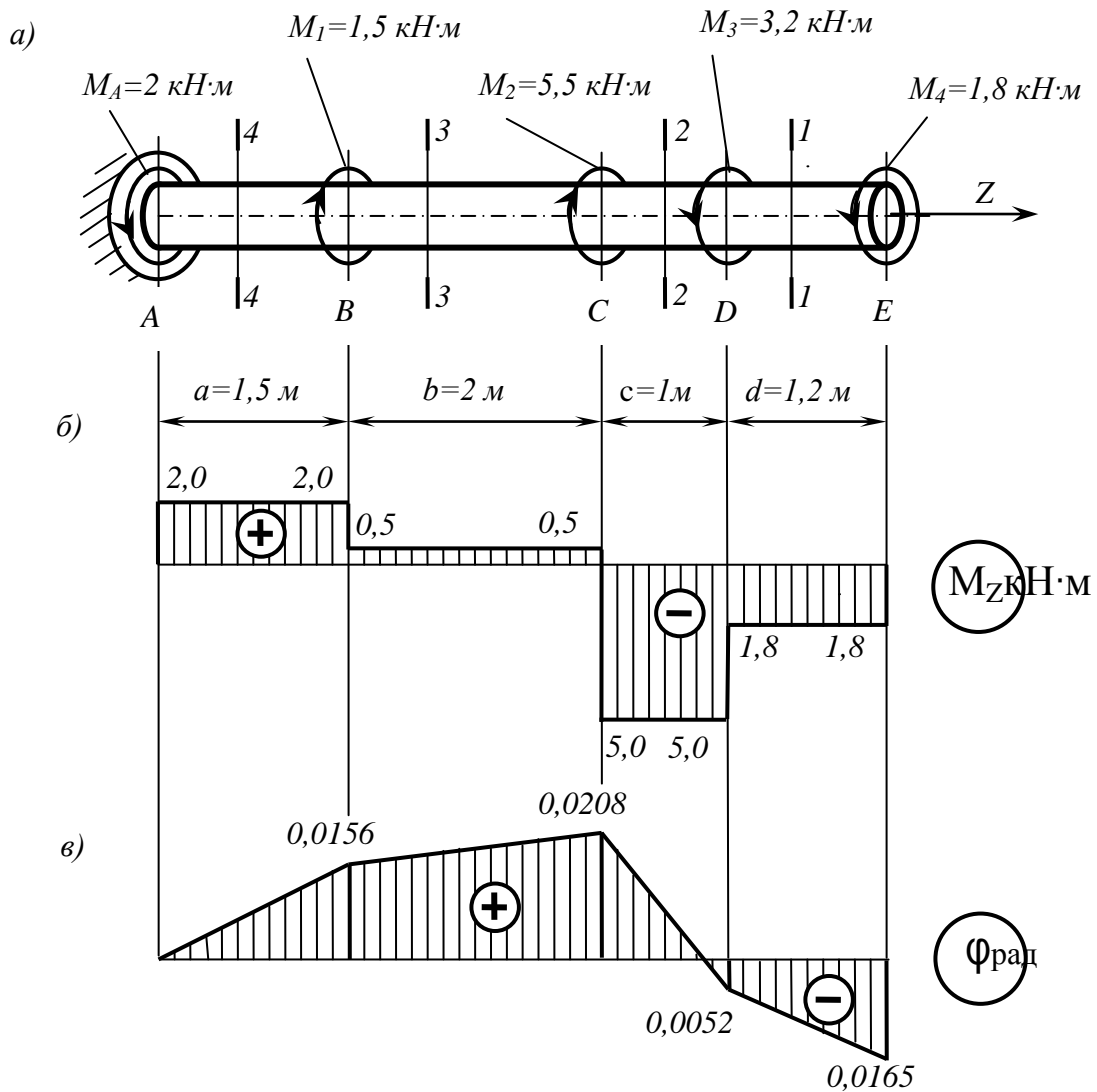


Рис. 3

**Решение.**

1. Определяем реактивный момент, возникающий в жесткой заделке.

Обозначим момент в заделке  $M_A$  и направим его, например, против хода часовой стрелки (при взгляде навстречу оси  $z$ ).

Запишем уравнение равновесия вала. При этом будем пользоваться следующим правилом знаков: *внешние скручивающие моменты* (активные моменты, а также реактивный момент в заделке), *вращающие вал против хода часовой стрелки (при взгляде на него навстречу оси  $z$ )*, считаем положительными.

Тогда

$$\sum M_z = 0; \quad M_A - M_1 - M_2 + M_3 + M_4 = 0;$$

$$M_A = M_1 + M_2 - M_3 - M_4 = 1,5 + 5,5 - 3,2 - 1,8 = 2 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Знак «плюс» в полученном нами выражении говорит о том, что мы угадали направление реактивного момента  $M_A$ , возникающего в заделке.

2. Строим эпюру крутящих моментов.

Напомним, что *внутренний* крутящий момент  $M_z$ , возникающий в некотором поперечном сечении стержня, равен алгебраической сумме *внешних* скручивающих моментов, приложенных к любой из рассматриваемых частей стержня (то есть

действующих левее или правее сделанного сечения). При этом внешний скручивающий момент, вращающий рассматриваемую часть стержня *противхода* часовой стрелки (*при взгляде на поперечное сечение*), входит в эту алгебраическую сумму со знаком «плюс», а *по ходу* – со знаком «минус».

Соответственно, *положительный* внутренний крутящий момент, *противодействующий* внешним скручивающим моментам, направлен *по ходу* часовой стрелки (*при взгляде на поперечное сечение*), а *отрицательный* – *против* ее хода.

Разбиваем длину стержня на четыре участка (рис. 3, а). Границами участков являются те сечения, в которых приложены внешние моменты.

Делаем по одному сечению в *произвольном* месте каждого из четырех участков стержня.

Начнем с сечения 1 – 1. Мысленно отбросим (или закроем листком бумаги) левую часть стержня. Чтобы уравновесить скручивающий момент  $M_4 = 1,8 \text{ кН}\cdot\text{м}$ , в поперечном сечении стержня должен возникнуть равный ему и противоположно направленный крутящий момент  $M_{z_1}$ . С учетом упомянутого выше правила знаков

$$M_{z_1} = -M_4 = -1,8 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

По аналогии, для сечений 2 – 2 и 3 – 3 находим:

$$M_{z_2} = -M_4 - M_3 = -1,8 - 3,2 = -5,0 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$M_{z_3} = -M_4 - M_3 + M_2 = -1,8 - 3,2 + 5,5 = +0,5 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Чтобы определить крутящий момент, в сечении 4 – 4 отбросим правую часть стержня. Тогда

$$M_{z_4} = +M_A = +2 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Легко убедиться в том, что полученный результат не изменится, если мы отбросим теперь не правую, а левую часть стержня. Получим

$$M_{z_4} = -M_4 - M_3 + M_2 + M_1 = -1,8 - 3,2 + 5,5 + 1,5 = +2 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Для построения эпюры крутящих моментов  $M_z$  проводим *тонкой* линией ось, параллельную оси стержня  $z$  (рис. 3, б). Вычисленные значения крутящих моментов в выбранном масштабе и с учетом их знака откладываем от этой оси. В пределах каждого из участков стержня крутящий момент постоянен, поэтому мы как бы «заштриховываем» вертикальными линиями соответствующий участок. Напомним, что каждый отрезок «штриховки» (ордината эпюры) дает в принятом масштабе значение крутящего момента в соответствующем поперечном сечении стержня. Полученную эпюру обводим *жирной* линией.

Отметим, что в местах приложения внешних *скручивающих* моментов на эпюре  $M_z$  мы получили скачкообразное изменение *внутреннего* крутящего момента на величину соответствующего внешнего момента.

3. Определяем диаметр вала из условия прочности.

Условие прочности при кручении имеет вид

$$\tau_{\max} = \frac{M_{z_{\max}}}{W_\rho} \leq \tau_{\text{доп}},$$

где  $W_\rho = \pi d^3 / 16 \approx 0,2 d^3$  – полярный момент сопротивления (момент сопротивления при кручении).

Наибольший по *абсолютному* значению крутящий момент возникает на втором участке вала:  $M_{z_{\max}} = |M_{z_2}| = 500 \text{ кН}\cdot\text{см}$ .

Тогда требуемый диаметр вала определяется по формуле

$$d^{\text{треб}} \geq \sqrt[3]{\frac{|M_{z_2}|}{0,2}} = \sqrt[3]{\frac{500}{0,2 \cdot 8}} = 6,79 \text{ см.}$$

Округляя полученное значение до стандартного, принимаем диаметр вала равным  $d = 70$  мм.

4. Определяем углы закручивания поперечных сечений  $A, B, C, D$  и  $E$  и строим эпюру углов закручивания.

Сначала вычисляем крутильную жесткость стержня  $GI_\rho$ , где  $G$  – модуль сдвига, а  $I_\rho = \pi d^4 / 32 \approx 0,1d^4$  – полярный момент инерции. Получим

$$GI_\rho = 0,8 \cdot 10^4 \cdot 0,1 \cdot 7^4 = 192 \cdot 10^4 \text{ кН}\cdot\text{см}^2.$$

Углы закручивания на отдельных участках стержня равны:

$$\varphi_{AB} = \frac{M_{z_4} a}{GI_\rho} = \frac{200 \cdot 150}{192 \cdot 10^4} = 0,0156 \text{ рад};$$

$$\varphi_{BC} = \frac{M_{z_3} b}{GI_\rho} = \frac{50 \cdot 200}{192 \cdot 10^4} = 0,0052 \text{ рад};$$

$$\varphi_{CD} = \frac{M_{z_2} c}{GI_\rho} = \frac{-500 \cdot 100}{192 \cdot 10^4} = -0,0260 \text{ рад};$$

$$\varphi_{DE} = \frac{M_{z_1} d}{GI_\rho} = \frac{-180 \cdot 120}{192 \cdot 10^4} = -0,0113 \text{ рад}.$$

Угол закручивания в заделки равен нулю, то есть  $\varphi_A = 0$ . Тогда

$$\varphi_B = \varphi_A + \varphi_{AB} = 0 + 0,0156 = 0,0156 \text{ рад};$$

$$\varphi_C = \varphi_B + \varphi_{BC} = 0,0156 + 0,0052 = 0,0208 \text{ рад};$$

$$\varphi_D = \varphi_C + \varphi_{CD} = 0,0208 - 0,0260 = -0,0052 \text{ рад};$$

$$\varphi_E = \varphi_D + \varphi_{DE} = -0,0052 - 0,0113 = -0,0165 \text{ рад}.$$

Эпюра углов закручивания показана на рис. 2, в. Отметим, что в пределах длины каждого из участков вала угол закручивания изменяется по *линейному* закону.

#### Задание 4 РГР

**Пример 4.** Для консольной балки, нагруженной распределенной нагрузкой интенсивностью  $q = 20$  кН/м и сосредоточенным моментом  $M = 50$  кН·м (рис. 4), требуется: построить эпюры перерезывающих сил  $Q_y$  и изгибающих моментов  $M_z$ , подобрать балку круглого поперечного сечения при допуске нормальном напряжении  $[\sigma] = 16$  кН/см<sup>2</sup> и проверить прочность балки по касательным напряжениям при допуске касательном напряжении  $[\tau] = 8$  кН/см<sup>2</sup>. Размеры балки  $a_1 = 1$  м;  $a_2 = 2$  м;  $l = 4$  м.

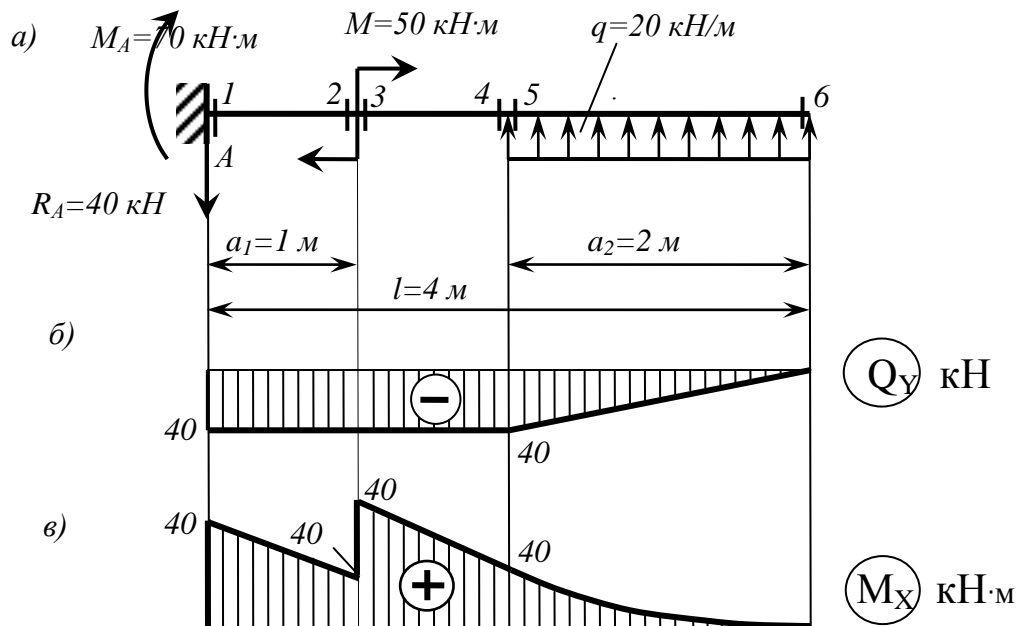


Рис. 4

**Решение.**

1. Определяем опорные реакции.

Горизонтальная реакция в заделке  $H_A$  равна нулю, поскольку внешние нагрузки в направлении оси  $z$  на балку не действуют.

Выбираем направления остальных реактивных усилий, возникающих в заделке: вертикальную реакцию  $R_A$  направим, например, вниз, а момент  $M_A$  – по ходу часовой стрелки. Их значения определяем из уравнений статики:

$$\sum M_A = 0; \quad \sum Y = 0.$$

Составляя эти уравнения, считаем момент *положительным* при вращении *против* хода часовой стрелки, а проекцию силы *положительной*, если ее направление совпадает с *положительным* направлением оси  $y$ .

Из первого уравнения находим момент в заделке  $M_A$  :

$$\sum M_A = -M_A - M + qa_2 \left( l - \frac{a_2}{2} \right) = 0;$$

$$M_A = -M + qa_2 \left( l - \frac{a_2}{2} \right) = -50 + 20 \cdot 2 \cdot \left( 4 - \frac{2}{2} \right) = 70 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Из второго уравнения – вертикальную реакцию  $R_A$  :

$$\sum Y = -R_A + qa_2 = 0; \quad R_A = qa_2 = 20 \cdot 2 = 40 \text{ кН}.$$

Полученные нами положительные значения для момента  $M_A$  и вертикальной реакции  $R_A$  в заделке свидетельствуют о том, что мы *угадали* их направления.

2. Строим эпюры перерезывающих сил  $Q_y$  и изгибающих моментов  $M_x$ .

В соответствии с характером закрепления и нагружения балки, разбиваем ее длину на *два* участка. По границам каждого из этих участков наметим *четыре* поперечных сечения (см. рис. 4), в которых мы и будем методом сечений (РОЗУ) вычислять значения перерезывающих сил и изгибающих моментов.

Сечение 1. Отбросим мысленно *правую* часть балки. Заменим ее действие на оставшуюся левую часть перерезывающей силой  $Q_{y1}$  и изгибающим моментом  $M_{x1}$ . Для удоб-

ства вычисления их значений закроем отброшенную нами правую часть балки листком бумаги, совмещая левый край листка с рассматриваемым сечением.

Напомним, что перерезывающая сила, возникающая в *любом* поперечном сечении, должна *уравновесить* все внешние силы (активные и реактивные), которые действуют на рассматриваемую (то есть *видимую*) нами часть балки. Поэтому *перерезывающая сила должна быть равна алгебраической сумме всех сил, которые мы видим.*

Приведем и *правило знаков* для перерезывающей силы: *внешняя сила, действующая на рассматриваемую часть балки и стремящаяся «повернуть» эту часть относительно сечения по ходу часовой стрелки, вызывает в сечении положительную перерезывающую силу. Такая внешняя сила входит в алгебраическую сумму для определения  $Q_y$  со знаком «плюс».*

В нашем случае мы видим только реакцию опоры  $R_A$ , которая вращает видимую нами часть балки относительно *первого* сечения (относительно края листка бумаги) *против* хода часовой стрелки. Поэтому

$$Q_{y_1} = -R_A = -40 \text{ кН.}$$

Изгибающий момент в любом сечении должен *уравновесить* момент, создаваемый *видимыми* нами внешними усилиями, относительно рассматриваемого сечения. Следовательно, он равен *алгебраической* сумме моментов всех усилий, которые действуют на рассматриваемую нами часть балки, относительно рассматриваемого сечения (иными словами, относительно края листка бумаги). При этом внешняя нагрузка, *изгибающая рассматриваемую часть балки выпуклостью вниз*, вызывает в сечении *положительный* изгибающий момент. И момент, создаваемый такой нагрузкой, входит в алгебраическую сумму для определения  $M_x$  со знаком «плюс».

Мы видим два усилия: реакцию  $R_A$  и момент в заделке  $M_A$ . Однако у силы  $R_A$  плечо относительно сечения  $l$  равно нулю. Поэтому

$$M_{x_1} = +M_A = 70 \text{ кН}\cdot\text{м.}$$

Знак «плюс» нами взят потому, что реактивный момент  $M_A$  изгибает видимую нами часть балки выпуклостью вниз.

Напомним, что при определении знака изгибающего момента мы мысленно освобождаем видимую нами часть балки от всех фактических опорных закреплений и представляем ее как бы заземленной в рассматриваемом сечении (то есть левый край листка бумаги нами мысленно представляется жесткой заделкой).

Сечение 2. По-прежнему будем закрывать листком бумаги всю правую часть балки. Теперь, в отличие от первого сечения, у силы  $R_A$  появилось плечо:  $a_1 = 1 \text{ м}$ . Поэтому

$$Q_{y_2} = -R_A = -40 \text{ кН}; \quad M_{x_2} = +M_A - R_A a_1 = +70 - 40 \cdot 1 = 30 \text{ кН}\cdot\text{м.}$$

Сечение 3. Закрывая правую часть балки, найдем

$$Q_{y_3} = -R_A = -40 \text{ кН};$$

$$M_{x_3} = +M_A - R_A a_1 + M = +70 - 40 \cdot 1 + 50 = 80 \text{ кН}\cdot\text{м.}$$

Сечение 4. Закроем листком левую часть балки. Тогда

$$Q_{y_4} = -q a_2 = -20 \cdot 2 = -40 \text{ кН};$$

$$M_{x_4} = +q a_2 \frac{a_2}{2} = 20 \cdot 2 \cdot \frac{2}{2} = 40 \text{ кН}\cdot\text{м.}$$

Сечение 5. По-прежнему закроем левую часть балки. Будем иметь

$$Q_{y_5} = -q a_2 = -20 \cdot 2 = -40 \text{ кН};$$

$$M_{x_5} = +q a_2 \frac{a_2}{2} = 20 \cdot 2 \cdot \frac{2}{2} = 40 \text{ кН}\cdot\text{м.}$$

Сечение б. Опять закроем левую часть балки. Получим

$$Q_{y_6} = M_{x_6} = 0.$$

По найденным значениям строим эпюры перерезывающих сил  $Q_y$  (рис. 2, б) и изгибающих моментов  $M_x$  (рис. 4, в).

Под незагруженными участками эпюра перерезывающих сил идет *параллельно* оси балки, а под распределенной нагрузкой  $q$  – по наклонной *прямой* вверх. Под опорной реакцией  $R_A$  на эпюре  $Q_y$  имеется скачок вниз на величину этой реакции, то есть на 40 кН.

На эпюре изгибающих моментов мы видим излом под опорной реакцией  $R_A$ . Угол излома направлен навстречу реакции опоры. Под распределенной нагрузкой  $q$  эпюра изменяется по *квадратичной параболы*, выпуклость которой направлена *навстречу* нагрузке. В сечении б на эпюре  $M_x$  – экстремум, поскольку эпюра перерезывающей силы в этом месте проходит здесь через нулевое значение.

3. Определяем требуемый диаметр поперечного сечения балки.

Условие прочности по нормальным напряжениям имеет вид:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{x_{\max}}}{W_x} \leq [\sigma],$$

где  $W_x$  – момент сопротивления балки при изгибе. Для балки круглого поперечного сечения он равен:

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1d^3.$$

Наибольший по *абсолютному* значению изгибающий момент возникает в третьем сечении балки:  $M_{x_{\max}} = |M_{x_3}| = 8000$  кН·см.

Тогда требуемый диаметр балки определяется по формуле

$$d^{\text{треб}} \geq \sqrt[3]{\frac{|M_{x_3}|}{0,1[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{8000}{0,1 \cdot 16}} = 17,1 \text{ см.}$$

Принимаем  $d = 170$  мм. Тогда

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{x_{\max}}}{W_x} = \frac{8000}{\frac{\pi \cdot 17^3}{32}} = 16,6 \text{ кН/см}^2 > [\sigma] = 16 \text{ кН/см}^2.$$

«Перенапряжение» составляет

$$\frac{16,6 - 16}{16} \cdot 100\% = 3,75\% < 5\%,$$

что допускается.

4. Проверяем прочность балки по наибольшим касательным напряжениям.

Наибольшие касательные напряжения, возникающие в поперечном сечении балки круглого сечения, вычисляются по формуле

$$\tau_{\max} = \frac{4Q_{y_{\max}}}{3F},$$

где  $F = \pi d^2/4$  – площадь поперечного сечения.

Согласно эпюре  $Q_y$ , наибольшее по *алгебраической* величине значение перерезывающей силы равно  $Q_{y_{\max}} = |Q_{y_{1-5}}| = 40$  кН. Тогда

$$\tau_{\max} = \frac{4Q_{y\max}}{3F} = \frac{4 \cdot 40}{3 \cdot \frac{\pi \cdot 17^2}{4}} = 0,235 \text{ кН/см}^2 < [\tau] = 8 \text{ кН/см}^2,$$

то есть условие прочности и по касательным напряжениям выполняется, причем, с большим запасом.

**Пример 4.2** Для шарнирно опертой балки, нагруженной распределенной нагрузкой интенсивностью  $q = 20 \text{ кН/м}$ , сосредоточенной силой  $P = 50 \text{ кН}$  и сосредоточенным моментом  $M = 60 \text{ кН}\cdot\text{м}$  (рис. 4.2), требуется построить эпюры перерезывающих сил  $Q_y$  и изгибающих моментов  $M_z$  и подобрать балку двутаврового поперечного сечения при допуске нормальном напряжении  $[\sigma] = 16 \text{ кН/см}^2$  и допуске касательном напряжении  $[\tau] = 8 \text{ кН/см}^2$ . Пролет балки  $l = 6 \text{ м}$ .

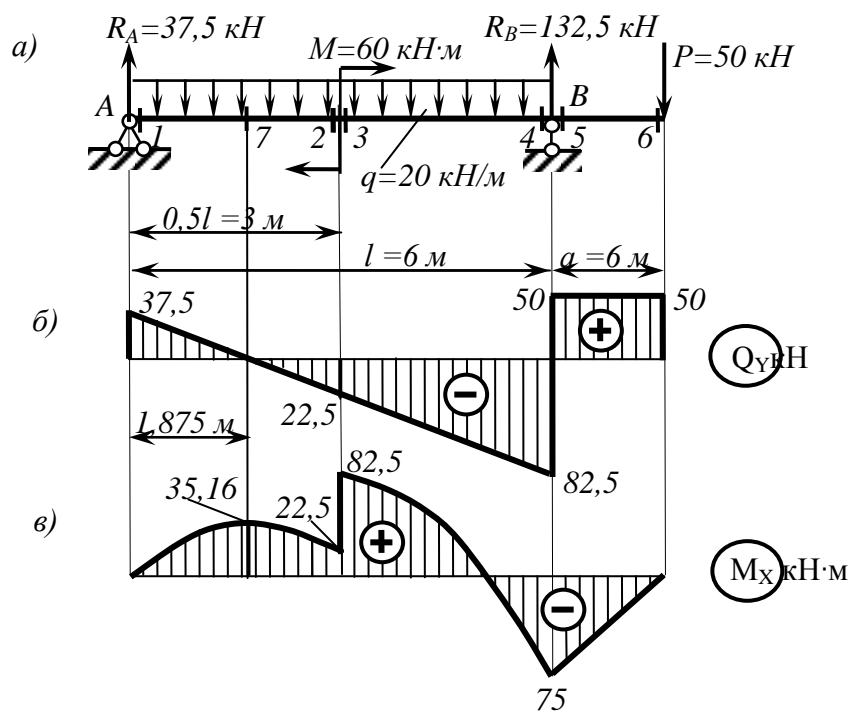


Рис. 4.2

**Решение.**

1. Определяем опорные реакции.

Для заданной шарнирно опертой балки необходимо найти три опорные реакции:  $R_A$ ,  $H_A$  и  $R_B$ . Поскольку на балку действуют только вертикальные нагрузки, перпендикулярные к ее оси, горизонтальная реакция неподвижной шарнирной опоры равна нулю:  $H_A = 0$ .

Направления вертикальных реакций  $R_A$  и  $R_B$  выбираем произвольно. Направим, например, обе вертикальные реакции вверх. Для вычисления их значений составим два уравнения статики:

$$\sum M_A = 0; \quad \sum M_B = 0.$$

Напомним, что *равнодействующая* погонной нагрузки  $q$ , равномерно распределенной на участке длиной  $l$ , равна  $ql$ , то есть равна площади эпюры этой нагрузки и приложена она в центре тяжести этой эпюры, то есть посередине длины. Тогда

$$\sum M_A = +R_B l - ql \frac{l}{2} - P \left( l + \frac{l}{4} \right) - M = 0;$$

$$R_B = \frac{ql \frac{l}{2} + P \cdot \left( l + \frac{l}{4} \right) + M}{l} = \frac{20 \cdot 6 \cdot \frac{6}{2} + 50 \cdot \left( 6 + \frac{6}{4} \right) + 60}{6} = 132,5 \text{ кН};$$

$$\sum M_B = -R_A l - M - P \frac{l}{4} + ql \frac{l}{2} = 0;$$

$$R_A = \frac{-M - P \frac{l}{4} + ql \frac{l}{2}}{l} = \frac{-60 - 50 \cdot \frac{6}{4} + 20 \cdot 6 \cdot \frac{6}{2}}{6} = 37,5 \text{ кН}.$$

Делаем проверку:  $\sum Y = 0$ .

Напомним, что силы, направление которых совпадает с положительным направлением оси  $y$ , проектируются (проецируются) на эту ось со знаком плюс:

$$\sum Y = R_A - P + R_B - ql = 0;$$

$$37,5 - 50 + 132,5 - 2 \cdot 60 = 0; 0 = 0,$$

то есть верно.

2. Строим эпюры перерезывающих сил  $Q_y$  и изгибающих моментов  $M_z$ .

Разбиваем длину балки на отдельные участки. Границами этих участков являются точки приложения сосредоточенных усилий (активных и/или реактивных), а также точки, соответствующие началу и окончанию действия распределенной нагрузки. Таких участков в нашей задаче получается три. По границам этих участков наметим шесть поперечных сечений, в которых мы и будем вычислять значения перерезывающих сил и изгибающих моментов (рис. 4.2, а).

Сечение 1. Отбросим мысленно правую часть балки. Для удобства вычисления перерезывающей силы  $Q_{y_1}$  и изгибающего момента  $M_{x_1}$ , возникающих в этом сечении, закроем отброшенную нами часть балки листком бумаги, совмещая левый край листка бумаги с самим сечением.

Перерезывающая сила в сечении балки равна алгебраической сумме всех внешних сил (активных и реактивных), которые мы видим. В данном случае мы видим реакцию опоры  $R_A$  и погонную нагрузку  $q$ , распределенную на *бесконечно малой* длине. *Равнодействующая* погонной нагрузки равна нулю. Поэтому

$$Q_{y_1} = +R_A = 37,5 \text{ кН}.$$

Знак «плюс» взят потому, что сила  $R_A$  вращает видимую нами часть балки относительно первого сечения (края листка бумаги) *по ходу* часовой стрелки.

Изгибающий момент в сечении балки равен алгебраической сумме моментов всех усилий, которые мы видим, относительно рассматриваемого сечения (то есть относительно края листка бумаги). Мы видим реакцию опоры  $R_A$  и погонную нагрузку  $q$ , распределенную на *бесконечно малой* длине. Однако у силы  $R_A$  плечо равно нулю. *Равнодействующая* погонной нагрузки также равна нулю. Поэтому

$$M_{x_1} = 0.$$



Сечение 2. По-прежнему будем закрывать листком бумаги всю правую часть балки. Теперь мы видим реакцию  $R_A$  и нагрузку  $q$ , действующую на участке длиной  $l/2$ . Равнодействующая погонной нагрузки равна  $ql/2$ . Она приложена посередине участка длиной  $l/2$ . Поэтому

$$Q_{y_2} = +R_A - q \frac{l}{2} = +37,5 - 20 \cdot \frac{6}{2} = -22,5 \text{ кН};$$

$$M_{x_2} = +R_A \frac{l}{2} - q \frac{l}{2} \frac{l}{4} = +37,5 \cdot \frac{6}{2} - 20 \cdot \frac{6}{2} \cdot \frac{6}{4} = 22,5 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Напомним, что при определении знака изгибающего момента мы мысленно освобождаем видимую нами часть балки от всех фактических опорных закреплений и представляем ее как бы защемленной в рассматриваемом сечении (то есть левый край листка бумаги нами мысленно представляется *жесткой заделкой*).

Сечение 3. Закроем правую часть. Получим

$$Q_{y_3} = +R_A - q \frac{l}{2} = +37,5 - 20 \cdot \frac{6}{2} = -22,5 \text{ кН};$$

$$M_{x_3} = +R_A \frac{l}{2} - q \frac{l}{2} \frac{l}{4} + M = +37,5 \cdot \frac{6}{2} - 20 \cdot \frac{6}{2} \cdot \frac{6}{4} + 60 = 82,5 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Сечение 4. Закрываем листком правую часть балки. Тогда

$$Q_{y_4} = +R_A - ql = +37,5 - 2 \cdot 60 = -82,5 \text{ кН};$$

$$M_{x_4} = +R_A l - ql \frac{l}{2} + M = +37,5 \cdot 6 - 20 \cdot 6 \cdot \frac{6}{2} + 60 = -75 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Теперь, для контроля правильности вычислений, закроем листком бумаги левую часть балки. Мы видим сосредоточенную силу  $P$ , реакцию правой опоры  $R_B$  и погонную нагрузку  $q$ , распределенную на бесконечно малой длине. Равнодействующая погонной нагрузки равна нулю. Поэтому

$$Q_{y_4} = +P - R_B = +50 - 132,5 = -82,5 \text{ кН};$$

$$M_{x_4} = -P \frac{l}{4} = -50 \cdot \frac{6}{4} = -75 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

То есть все верно.

Сечение 5. По-прежнему закроем левую часть балки. Будем иметь

$$Q_{y_5} = +P = 5 \text{ кН};$$

$$M_{x_6} = -P \frac{l}{4} = -5 \cdot \frac{6}{4} = -7,5 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Сечение 6. Опять закроем левую часть балки. Получим

$$Q_{y_6} = +P = 50 \text{ кН};$$

$$M_{x_6} = 0.$$

По найденным значениям строим эпюры перерезывающих сил  $Q_y$  (рис. 4.2, б) и изгибающих моментов  $M_x$  (рис. 4.2, в).

Убеждаемся в том, что под незагруженным участком эпюра перерезывающих сил идет параллельно оси балки, а под распределенной нагрузкой  $q$  – по *прямой*, имеющей наклон вниз. На эпюре  $Q_y$  имеется три скачка: под реакцией  $R_A$  – вверх на 37,5 кН, под реакцией  $R_B$  – вверх на 132,5 кН и под силой  $P$  – вниз на 50 кН.

На эпюре изгибающих моментов мы видим изломы под сосредоточенной силой  $P$  и под опорными реакциями. Углы изломов направлены навстречу этим силам. Под распре-

деленной нагрузкой интенсивностью  $q$  эпюра изменяется по *квадратичной* параболе, выпуклость которой направлена навстречу нагрузке. Под сосредоточенным моментом – скачок на  $60 \text{ кН} \cdot \text{м}$ , то есть на величину самого момента. В сечении 7 на эпюре  $M_x$  – *экстремум*, поскольку эпюра перерезывающей силы для этого сечения проходит через нулевое значение ( $Q_{y7} = 0$ ). Определим расстояние  $z_*$  от сечения 7 до левой опоры.

Перерезывающая сила

$$Q_{y7} = +R_A - qz_* = +37,5 - 20z_* = 0.$$

Отсюда

$$z_* = \frac{R_A}{q} = \frac{37,5}{20} = 1,875 \text{ м.}$$

Экстремальное значение изгибающего момента в сечении 7 равно:

$$M_{x7} = +R_A z_* - qz_* \frac{z_*}{2} = +37,5 \cdot 1,875 - 20 \cdot 1,875 \cdot \frac{1,875}{2} = 35,16 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

3. Определяем требуемый момент сопротивления балки из условия прочности по нормальным напряжениям.

Согласно эпюре  $M_x$ , максимальный по *алгебраической* величине изгибающий момент возникает в третьем поперечном сечении балки:  $M_{x\max} = |M_{x3}| = 8250 \text{ кН} \cdot \text{см}$ .

Тогда

$$W_x^{\text{треб}} \geq \frac{M_{x\max}}{\sigma} = \frac{8250}{16} = 516 \text{ см}^3.$$

По сортаменту подбираем двутавр № 30а, имеющий  $W_x = 518 \text{ см}^3$ .

4. Проверяем прочность балки по наибольшим касательным напряжениям.

Наибольшие касательные напряжения, возникающие в поперечном сечении двутавровой балки, вычисляются по формуле

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{y\max} S_x}{I_x d}.$$

По сортаменту для выбранного нами двутавра определяем, что статический момент *половины* сечения относительно нейтральной оси  $S_x = 292 \text{ см}^3$ , момент инерции относительно нейтральной оси  $I_x = 7780 \text{ см}^4$ , а толщина стенки  $d = 0,65 \text{ см}$ .

Согласно эпюре  $Q_y$ , наибольшее по *алгебраической* величине значение перерезывающей силы  $Q_{y\max} = |Q_{y4}| = 82,5 \text{ кН}$ . Тогда

$$\tau_{\max} = \frac{|Q_{y\max}| S_x}{I_x d} = \frac{82,5 \cdot 292}{7780 \cdot 0,65} = 4,76 \text{ кН/см}^2 < \sigma_{\tau} = 8 \text{ кН/см}^2,$$

то есть условие прочности по касательным напряжениям выполняется.

